22130
К 440

А. П. Киселёв

АРИФМЕТИКА

ЈЕТИЈЫЛДЫК ЛА ОРТО ШКОЛДЫҤ
5 ЛЕ 6 КЛАССТАРЫНА УЧЕБНИК

Горно-Алтайск * 1957

24130
К 440

А. П. Киселёв

АРИФМЕТИКА

ЈЕТИЈЫЛДЫК ЛА ОРТО ШКОЛДЫҤ
5 ЛЕ 6 КЛАССТАРЫНА УЧЕБНИК

Горно-Алтайск * 1957

511
К44

А. П. КИСЕЛЁВ

АРИФМЕТИКА

ЈЕТИЈЫЛДЫК
ЛА ОРТО ШКОЛДЫҤ
5-чи ле 6-чы КЛАССТАРЫНЫҤ
УЧЕБНИГИ

ПРОФЕССОР А. Я. ХИНЧИН
ӦСКӦРТИП ЈАЗАГАН

Алтай тилге Ч. Т. Кискинниҥ кӧчӱргенин
Горно-Алтайский облоно јӧптӧгӧн

ОРУС ТИЛЛЕ ОН АЛТЫНЧЫ КАТАП ЧЫГАРГАНЫНАҤ
КӦРӰП, АЛТАЙ ТИЛЛЕ ӰЧӰНЧИ
КАТАП ЧЫГАРГАНЫ

76740

Горно-Алтайская Областная
БИБЛИОТЕКА

ГОРНО-АЛТАЙСКИЙ
КНИЖНЫЙ ИЗДАТЕЛЬСТВО — 1957

22.130"я72
К440

Книга объявлена в аннотированном тематическом плане Горно-Алтайского книжного издательства за 1957 год, порядковый № 63.

А4586 2
Национальная
библиотека
Республики Алтай
им. М В. Чевалкова

01.02.2007

5-КАП-А-56К-57

I БӦЛӰК.

БӰДӰН ТООЛОР.

1. БӰДӰН ТООЛОР, ОЛОРДЫ АДААРЫ ЛА ТЕМДЕКТЕП КӦРГӰЗЕРИ.

1. Бӱдӱн тоо керегинде билери. Бир предмет ле база бир предмет эки предмет болор; эки предмет ле бир предмет ӱч предмет болор; ӱч ле бир тӧрт боло берер оноҥ до ары онойып ок болор. Бир, эки, ӱч, тӧрт деп база оноҥ до ары онойып тоолоп барганын б ӱ д ӱ н т о о л о р деп айдар.

Б и р деген тоо ӧскӧртӧ е д и н и ц а деп адалат. Эки деп тооны эки бирдиҥ јуунтызы (бириккени) деп кӧрӧргӧ јараар, ӱч деп тооны ӱч бирдиҥ јуунтызы деп база оноҥ до ары онойып ок. Онойдордо, кандый ла б ӱ д ӱ н т о о э м е з е б и р б о л у п ј а т, э м е з е к а н ч а-к а н ч а б и р л е р д и ҥ ј у у н т ы з ы б о л у п ј а т.

Бӱдӱн тоолордоҥ башка, арифметика ӧскӧ дӧ тоолорды ӱренип јат. Олорло бис мынаҥ ары таныжарыбыс.

2. Натуральный ряд. Бирге база бирди кожоло, болгон тоого база бирди кошсо, оныҥ кийининде база бирди ле оноҥ ары онойып ок кожор болзо, т о о л о р д ы ҥ н а т у р а л ь н ы й р я д ы боло берер: бир, эки, ӱч, тӧрт, беш, алты, јети база оноҥ до ары.

Бу рядта эҥ кичинек тоо бир болуп јат; эҥ јаан тоо јок, нениҥ учун дезе кандый ла тоого, ол кандый да јаан болзо, база бирди кожор аргалу, ого бирди кожуп ийзебис, ол тоо оноҥ јаан боло берер; айдарда, натуральный рядты токтоор учы јок болор эдип там ла кӧптӧдӧр аргалу; оныҥ учун н а т у р а л ь н ы й р я д т ы ҥ у ч ы ј о к деп айдыжадылар.

Натуральный рядтагы ӱч деп тоо оноҥ ары турган беш деп тоодоҥ ас; чындап та айткажын, беш деп тоо боло берзин деп, ӱч деп тооны бӱдӱрген ӱч бирге база эки бирди кожор керек. Натуральный рядтагы эки башка тоолордыҥ озо турганы качан да болзо кичинеги болотон; чындап та айткажын, натуральный рядта озо турган тооны оныҥ кийининде турган тоого тӱҥей болгодый эдип кубултарга, баштапкы тоого бирди эмезе канча-канча бирлерди кожуп ийер керек. Ӧскӧртӧ айтса, баштапкы тооны кӧптӧдип ийер керек: оныҥ учун экинчи тоо баштапкызынаҥ јаан.

Натуральный рядтагы эки тооныҥ озо турганы кичинеги болор, кийининде турганы јааны болор.

3. Тоолооры. Класста канча стол эмезе садта канча агаш барын билип аларга, бис олорды *т о о л о п а л а р* учурлу.

Тоолооры дегени мындый болуп јат: бир предметти (немени) экинчизин ээчий ылгап (чынында эмезе јаҥыс ла сагышта), бис кажы ла сайын алдынаҥ башка предметтердиҥ тоозын адап јадыбыс. Онойдо, класстагы столдорды тоолоордо, бис бир столды экинчизин ээчий сагыжыста ылгап, мынайда айдып турадыбыс: бир, эки, ӱч, тӧрт лӧ оноҥ до ары. Темдектезе, калганчы столды ылгап тоолоор тушта бис сегис деп айткан болзобыс, класстагы столдордыҥ тоозы сегис болор; сегис деп тоо бу учуралда *т о о л о г о н ы н ы ҥ р е з у л ь т а д ы* (болгоны) болуп јат.

Предметтерди кажы да учы јанынаҥ баштап тоолозо, олордыҥ тоозы кубулбас дегенин бис блаажы јок чынга бодоп јадыс. Онойдо, класстагы столдорды тоолоордо, бис ичкеери турган столдордоҥ баштап, кийининде де тургандары јаар эмезе кийининде тургандарынаҥ баштап, ичкеери де тургандары јаар тоолозобыс, столдордыҥ тоозы тӱҥей ле кубулбай артып калар. Је тоолоор тушта бир де столды артырбай, кажы ла столды бир ле катап тоолоор керек.

4. Муҥга јетире тоолордыҥ аттары. Натуральный рядтыҥ баштапкы он тоозы мынайда адалып јат:

бир, эки, ӱч, тӧрт, беш, алты, јети, сегис, тогус, он.

Тоолордыҥ бу аттарын ла база да бир канча аттарын тузаланып, ӧскӧ дӧ тоолорды темдектеп кӧргӱзер арга бар. Темдектезе, бис бу мында тургузылган чийӱчектердиҥ тоозын адап аларга турганыбыс болзын:

Онойып эдерге бис он чийӱчекти тоолоп алала, олорды ӧскӧлӧринең башка ылгап јадыбыс; оның кийининде база он чийӱчекти тоолоп алала, база ла ӧскӧлӧринең башка ылгап тургузарыбыс. Бир де чийӱчек артпаганча эмезе оннон ас чийӱчектер артканча, бис онон до ары онойып ок тоолоп јадыбыс.

Эмди ондорды ла арткан чийӱчектерди (эмезе бирлерди) тоолоп ийелик; ондордың тоозы тӧрт бололо, арткан чийӱчектер дезе ӱч болуп турганда, бис бастыра чийӱчектердиң тоозын мынайда адап јадыбыс:

тӧрт он ӱч бир.

Тоодо ондор оннон кӧп болуп калганда, мынайда эдип јат: он онды башка алала, оның кийининде база он онды, онон ары катап он онды, онон ары база ла онойып ок—канча ла керези келишкенче—тоолоп турар. Кажы ла он онды *јӱс* деп јаңыс сӧслӧ адап јат. Кандый бир тоодо мындый боло берерин алалык: јӱстер—ӱч, арткан ондор—беш, арткан бирлер дезе—јети; ондый тооны мынайда адаарга јараар:

ӱч јӱс беш он јети бир.

Тоодо јӱстер оннон кӧп болуп калганда, ол јӱстерди база ондорло тоолоп јат. Кажы ла он јӱсти *муң* деп јаңыс сӧслӧ адап јат.

5. Кезик тоолордың аттарын кыскартары. Бистиң тилибисте кезик тоолор кыскарта айдылып јат. Темдектезе, он ло бир *он бир* деп адалат; он ло эки *он эки* деп адалат онон до ары. Эки он *јирме* деп адалат; ӱч он *одус* деп адалат; тӧрт он *тӧртӧн* деп адалат онон до ары. Эки јӱс *эки јӱс* деп, ӱч јӱс дезе *ӱч јӱс* деп адалат онон до ары онойып ок.

6. Муңга јетире тоолорды темдектеери. Баштапкы тогус тоо аңылу темдектерле эмезе *цифраларла* темдектелет:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Бу тогус цифрала база предметтердиң јогын

билдиртип турган 0 (нуль) деп онунчы цифрала кандый ла тооны темдектеп алар аргалу.

0 деп цифра предметтердиҥ т о р т јогын билдиртет, 1 деп цифра сок јаҥыс предметтиҥ барын билдиртет база оноҥ до ары.

Тооны цифраларла темдектеерге, мынайда бичиирге јöптöжип алгандар: тегин бирлерди—оҥ јанынаҥ баштапкы јерге, ондорды—оҥ јанынаҥ экинчи јерге, јӱстерди—ӱчӱнчи јерге; темдектезе:

тöртöн эки деп тооныҥ темдектелетени	42
тöртöн деп тооныҥ темдектелетени	40
ӱч јӱс тöртöн беш деп тооныҥ темдектелетени	345
ӱч јӱс тöртöн " " "	340
ӱч јӱс јети " " "	307
ӱч јӱс " " "	300

Нульдаҥ öскö, бастыра цифралар *учурлу* цифралар деп адалып јат.

Нульдыҥ кыйалта јок керектӱ болуп турганын öрö берилген примерлер керелеп јат. Онойдо, ӱч јӱс тöртöн (340) деп тооныҥ темдектелгенинеҥ нульды таштаарга јарабас, нениҥ учун дезе нули јок 34 јӱк ле одус тöртти кöргӱзип јат. Учурлу баштапкы цифраныҥ сол јанындагы нульдар божодылгадый да, кöп сабазында божодылып та турат; 045 деп тоо 45-ти ок кöргӱзет, 007—тӱҥей ле 7-ни. Мындый айалга болгондо, јаҥыс цифрала темдектелген тоо *јаҥыс темдектӱ* деп адалар, эки цифрала—*эки темдектӱ*, ӱч цифрала—*ӱч темдектӱ* база оноҥ до ары.

7. Муҥнаҥ ажып турган тоолордыҥ аттары. Тоололып турган предметтер муҥнаҥ кöп болгондо, олордоҥ, канча ла кирези келишкенче, муҥдар тургузып јат; оныҥ кийининде муҥдарды ла арткан бирлерди тоолойло, олордыҥ кажызыныҥ ла тоозын адап јат; темдектезе: эки јӱс тöртöн муҥ беш јӱс алтан эки бир.

Муҥ муҥ *миллион* болуп јат, муҥ миллион—*миллиард* (эмезе *биллион*), муҥ миллиард—*триллион* база оноҥ до ары[1].

8. Муҥнаҥ ажып турган тоолорды темдектеери.

[1] Оноҥ ары барган тоолордыҥ аттары мындый: *квадриллион* (муҥ триллион), *квинтиллион* (муҥ квадриллион), *секстиллион* (муҥ квинтиллион) база оноҥ до ары.

Мындый тооны бичип аларга керек болзын: одус беш *миллиард* сегис јÿс алты *миллион* јети *муҥ* алтан ÿч *бир*. Оны цифраларла база сÿстöрлö мынайда бичиирге јараар:

35 миллиард 806 миллион 7 муҥ 63 бир.

Сöстöрди торт тузаланбаска, мынайда јöптöжип алгандар: баштапкызында, миллиардтардыҥ, миллиондордыҥ, муҥдардыҥ ла тегин бирлердиҥ тоолорын кош-той, јаҥыс строчкага, сол јанынаҥ оҥ јаны јаар бичиир, экинчизинде дезе, бу тоолордыҥ кажызын ла јаантайын ÿч цифрала темдектеер, öскöртö айтса, 63 бирдиҥ ордына 063 бичиир, 7 муҥныҥ ордына—007 база онон до ары онойып ок. Ол тушта бистиҥ тоо мынайда темдектелер:

035 806 007 063.

Је бу да учуралда учурлу баштапкы цифраныҥ сол јанынаҥ нульдар бичилбей јат, öскöртö айтса, бистиҥ тоо мынайда темдектелер:

35 806 007 063.

Калганчызында, ол ок тоо кöп сабазында онойып бöлÿлбей де бичилип јат:

35806007063.

Бу тужунда оҥ јанындагы баштапкы ÿч цифра бирлердиҥ тоозын кöргÿзип турганын, сол јанындагы ээчий ÿч цифра муҥдардыҥ тоозын, олорды ээчий барган ÿч цифра—миллиондордыҥ тоозын база онон до öскöзин кöргÿзип турганын сагышка јакшы алынып алар керек. Темдектезе:

567002301—567 миллион 2 муҥ 301 бирди кöргÿзип јат,
15000026—15 миллион 26 бирди " "
2008001020—2 миллиард 8 миллион 1 муҥ 20 бирди база онон до ары.

9. Кöп цифраларла бичилген тооны канайып кычырар. Кöп цифраларла бичилген тооны, темдектезе, 5183000567029 деп тооны, јеҥил кычырайын дезе, ол тооныҥ оҥ јанынаҥ ала, канча ла кирези келишкенче, ÿч цифрадаҥ (темдектезе, ÿстÿне запятой тургузып) сагышта мынайда бöлÿп барар:

5'183'000'567'029.

Оҥ јанындагы баштапкы запятой „муҥ“ деп сöсти солуп јат, экинчизи—„миллионды“, ӱчӱнчизи—„миллиардты“, тöртӱнчизи—„триллионды“. Айдарда, бистиҥ тоо мынайда кычырылар учурлу:

5 триллион 183 миллиард 567 муҥ 29.

Учындагы тоого „бир“ деп сöсти кошпойтон.

Ол ок тоодо кажы ла ӱч цифраныҥ бажында оҥ јанынаҥ сол јаны јаар бош јер артырган болзо, ондый тооны запятойлор јогынаҥ да кычырып ийерге јеҥил:

5 183 000 567 029.

10. Цифралар турган јерлердиҥ учуры. Тоолорды онойып бичигенде, цифра турган кажы ла јер бойы аҥылу учурлу болуп јат, чокумдап айтса:

оҥ јанынаҥ	**1-кы**	јерге	**тегин бирлер**	тургузылат;
„ „	**2-чи**	„	**ондор**	„
„ „	**3-чи**	„	**јӱстер**	„
„ „	**4-чи**	„	**бир муҥдар**	„
„ „	**5-чи**	„	**он муҥдар**	„
„ „	**6-чы**	„	**јӱс муҥдар**	„
„ „	**7-чи**	„	**бир миллиондор**	„
„ „	**8-чи**	„	**он миллиондор**	„
„ „	**9-чы**	„	**јӱс миллиондор**	„
„ „	**10-чы**	„	**бир миллиардтар**	„

оноҥ до ары.

Онойдордо, бистиҥ темдектеер система оҥ цифрага тöзöлгöлöнип турганын бис эмди кöрӱп јадыбыс, ол цифраларды дезе э к и у ч у р л у деп бодогылайт: бирӱзи—цифраныҥ бичилгенинеҥ камаанду, экинчизи—цифраныҥ турган јеринеҥ камаанду, чокумдап айтса: *коштой бичилген эки цифраныҥ сол јанындагызы оҥ јанындагызынаҥ 10 катап кöп болуп турган бирлерди кöргӱзип јат.*

11. Бирлердиҥ разрядтары. Бирлерди, ондорды, јӱстерди, муҥдарды база оноҥ до öскöлöрин кезикте öскöртö адаарга эптӱ, чокумдап айтса: бирлер 1-кы разрядтыҥ бирлери (эмезе тегин бирлер) деп адалат, ондор 2-чи разрядтыҥ бирлери деп адалат, јӱстер 3-чи разрядтыҥ бирлери деп адалат оноҥ до ары.

Тегин бирлердеҥ (1-кы разрядтыҥ бирлеринеҥ) башка бастыра бирлерди бириктирилген (составной)

бирлер деп адап јат. Онойдо, он, јӱс, муҥ—бириктирилген бирлер.

Бириктирилген кажы ла бир, бойынаҥ кичинек бирге кӧрӧ, *бийик разрядтыҥ* бири деп адалып јат, бойынаҥ јаан бирге кӧрӧ дезе, *јабыс разрядтыҥ* бири деп адалып јат; онойдо, јӱс, онго кӧрӧ,—бийик разрядтыҥ бири, муҥга кӧрӧ,—јабыс разрядтыҥ бири.

Јабыс разрядтыҥ кажы ла 10 бири ээчий турган бийик разрядтыҥ јаҥыс бирин бӱдӱрет: темдектезе, он он јӱсти бӱдӱрет, он он муҥ јӱс муҥды бӱдӱрет ле оноҥ до ары.

12. Бирлердиҥ класстары. Бирлердиҥ разрядтарын база *класстарга* бириктирип јат; 1-кы класска баштапкы ӱч разряд келижип јат: јӱстер, ондор ло бирлер; 2-чи класска ээчий турган ӱч разряд келижет: муҥдар, он муҥдар, јӱс муҥдар ла оноҥ до ары. 1-кы класс—*бирлердиҥ классы* (ого јӱстер, ондор, бирлер кирип јат); 2-чи класс—*муҥдардыҥ классы* (ого јӱс муҥдар, он муҥдар, бир муҥдар кирип јат); 3-чи класс—*миллиондордыҥ классы* ла оноҥ до ары.

13. Берилген разрядтыҥ бастыра канча бирлери тоодо барын канайып билип алар. 56284 деп тоого б а с т ы р а к а н ч а ј ӱ с кирип турганын, ӧскӧртӧ айтса, бу тооныҥ он муҥдарына, муҥдарына ла јӱстерине канча јӱстер јаба кирип турганын билип аларга керек болзын.

Тегин јӱстер оҥ јанынаҥ ӱчӱнчи јерге тургузылып јат; берилген тоодо ӱчӱнчи јерде 2 деп цифра туруп јат; онойдордо, бу тоодо эки тегин јӱс бар эмтир. Оноҥ ары сол јаны јаар 6 деп цифра муҥдарды кӧргӱзип јат, је кажы ла муҥга 10 јӱс кирип јат; онойдордо, 6 муҥга 60 јӱс кирип јат. Оноҥ ары сол јаны јаар 5 деп цифра он муҥдарды кӧргӱзип јат, је кажы ла он муҥга 10 муҥ кирет, онызы дезе 100 јӱс болуп јат; онойдордо, 5 оҥ муҥда 500 јӱс бар болуп јат. Онойткондо, бу тоодо бастыразы 500 јӱс ле база 60, ого ӱзеери 2 јӱс кирет, ӧскӧртӧ айтса, 562 јӱс.

Берилген тоого бастыразы 5628 он кирип турганын база онойып ок билип аларыбыс.

Ээжи. **Берилген разрядтыҥ бастыра канча бирлери тоодо барын билип аларга, јабыс разрядтардыҥ бирлерин кӧргӱзип турган бастыра цифралар-**

ды алып таштайла, арткан цифраларла көргүзилип турган тооны кычырар керек.

II. ТООЛООРЫНЫҤ ЈҮЗҮН-ЈҮҮР СИСТЕМАЛАРЫ. РИМСКИЙ ЦИФРАЛАР.

14. Тоолоорыныҥ системалары керегинде билери. Тооны адаар ла темдектеер кандый ла текши эп-арганы *тоолоорыныҥ системазы*, эмезе *нумерация* деп айдар. Бистиҥ тоолоор система *десятичный* (эмезе онноҥ тӧзӧлгӧн система) деп адалат, нениҥ учун дезе бу система аайынча бир разрядтыҥ 10 бири ээчий турган бийик разрядтыҥ јаҥыс бирин бӱдӱрип јат. Оныҥ учун он деген тоо тоолоорыныҥ десятичный системазыныҥ *тӧзӧлгӧзи* деп адалат. Бу система аайынча N деп кажы ла тоо тегин бирлерге, ондорго, јӱстерге, муҥдарга ла оноҥ до ары барган бирлерге ооктолгон деп бодолып јат, ол ок ӧйдӧ кажы ла разрядтыҥ бирлериниҥ тоозы 10-ноҥ ас. N деп тоодо a тегин бирлер бололо, b ондор, c јӱстер, d муҥдар ла оноҥ до ары онойып ок болгон деп бодозобыс, ол тоо мындый сумманы кӧргӱзер:

$$N = a + b \cdot 10 + c \cdot 10^2 + d \cdot 10^3 + \ldots .$$

Тӧзӧлгӧзине кандый бир ӧскӧ дӧ тоо алынган системаларды сагышта тургузып алар аргалу. Темдектезе, тӧзӧлгӧзине 5 деп тооны алза, тоолоорыныҥ *бештеҥ тӧзӧлгӧн* системазы боло берер, бу система аайынча бир разрядтыҥ 5 бири ээчий турган бийик разрядтыҥ јаҥыс бирин бӱдӱрер. Онойткожын, бештеҥ тӧзӧлгӧн система аайынча 2-чи разрядтыҥ бири 5 деп тоо болор учурлу, ӱчӱнчи разрядтыҥ бири—5 беш, эмезе 5^2, тӧртӱнчи разрядтыҥ бири—5 катап 5 бештеҥ, эмезе 5^3, оноҥ до ары. Бу система аайынча N деп тоо мынайда кӧргӱзилер эди:

$$N = a + b \cdot 5 + c \cdot 5^2 + d \cdot 5^3 + e \cdot 5^4 + \ldots ,$$

мында a, b, c, d, e, ... деп тоолордыҥ кажызы ла 5-теҥ ас болор эди.

15. Тоолорды берилген система аайынча темдектеерге керектӱ цифралардыҥ тоозы. Онноҥ тӧзӧлгӧн система аайынча тоолорды бичип кӧргӱзерге 10 башка темдекти тузаланып јат. Тоолоорыныҥ ӧскӧ системазына дезе цифралардыҥ база башка тоозы керек болор эди. Темдектезе, бештеҥ тӧзӧлгӧн системага бу мындый 5 цифра јеткил болор эди: 1, 2, 3, 4, 0. Чындап та айткажын, 5 деп тоо бу система аайынча 2-чи разрядтыҥ 1 бирин кӧргӱзер эди, онойдордо, мынайда темдектелер эди: 10. 6 деп тоо 2-чи разрядтыҥ 1 бирин (бешти) база 1-кы разрядтыҥ бир бирин кӧргӱзер эди, онойдордо, ол мынайда темдектелер эди: 11 база оноҥ до ары. Тӧзӧлгӧзи 10-ноҥ ажып турган система аайынча тоолорды бичип темдектеерге бистиҥ цифралар јетпес эди. Темдектезе, он экиден тӧзӧлгӧн системага 10 ло 11 деп тоолорго аҥылу темдектер санаҥып табарга керек болор эди, нениҥ учун дезе бистиҥ ол тоолорды темдектеген цифраларыбыс ол тушта ӧскӧ тоолорды кӧргӱзер эди, чокумдап *айтса:* 10 деп тоо 2-чи разрядтыҥ 1 бирин, ӧскӧртӧ айтса, дюжинаны кӧргӱзер эди, 11 дезе 2-чи разрядтыҥ 1 бирин ле 1-кы разрядтыҥ 1 бирин, ӧскӧртӧ айтса, 13-ти кӧргӱзер эди.

16. Тоолоорыныҥ десятичный (оннонҥ тӧзӧлгӧн) системазы аайынча бичилген тооны ӧскӧ системала бичип темдектеери. Темдек эдип 1766 деп тооны бештеҥ тӧзӧлгӧн система аайынча 0, 1, 2, 3, 4 деп 5 темдектиҥ болужыла бичийтенин алалык. Онойып эдерге бис озо баштап 1766-да 2-чи разрядтыҥ канча бирлери барын, ӧскӧртӧ айтса, канча бештер барын билип аларыбыс. Бештердиҥ тоозы 353 эмтир, ого ӱзеери 1-кы разрядтыҥ 1 бири артып јат. Эмди 353 беште 3-чи разрядтыҥ канча бирлери барын билип аларыбыс. 3-чи разрядтыҥ биринде 2-чи разрядтыҥ 5 бири бар болуп турганда, 353-ти 5-ке ӱлеер керек. Ӱлейле, 353 беште 3-чи разрядтыҥ 70 бири ле 2-чи разрядтыҥ 3 бири барын билип аларыбыс. 3-чи разрядтыҥ 70 бирин 4-чи разрядтыҥ бирлерине кӧчӱрип јадыбыс; бу калганчыларын — 5-чи разрядтыҥ бирлерине база оноҥ до ары.

```
1766 | 5
 26    353 | 5
  16     3  70 | 5
   1        20  14 | 5
             0   4   2
```

Онойдорло, 1766-да 5-чи разрядтыҥ 2 бири, 4-чи разрядтыҥ 4 бири, 2-чи разрядтыҥ 3 бири ле 1-кы разрядтыҥ 1 бири барын таап аларыбыс; онойткондо, бештеҥ тӧзӧлгӧн система аайынча 1766 мынайда бичилер: 24031.

121380 деп тооны он экидеҥ тӧзӧлгӧн система аайынча бичип темдектеерге керек болзын:

```
121380 |12
 13     10115 | 12
  18     51     842 | 12
   60     35      2   70 |12
    0     11          10   5
```

10-ды *a* ажыра, 11-ди *b* ажыра темдектейле, берилген тоо мынайда бичилерин таап аларыбыс: $5a2b0$.

17. Тоолоорыныҥ кандый бир системазы аайынча бичилген тооны онноҥ тӧзӧлгӧн системала бичип темдектеери. Темдектезе, сегистеҥ тӧзӧлгӧн система аайынча бичилген 5623 деп тооны онноҥ тӧзӧлгӧн системага кӧчӱрер керек болзын. Онойып эдерге сумманы бодоп чыгарар керек:

$$N = 3 + 2 \cdot 8 + 6 \cdot 8^2 + 5 \cdot 8^3 = 3 + 16 + 384 + 2560 = 2963.$$

Је јеҥилинче мынайда эдетен: 4-чи разрядтыҥ 5 бирин 3-чи разрядтыҥ бирлерине ооктоп ийелик, онойып эдерге 5-ти 8-ке катаптап ийерибис (нениҥ учун дезе 4-чи разрядтыҥ бирлеринде сегистеҥ тӧзӧлгӧн система аайынча 3-чи разрядтыҥ 8 бири бар болуп јат), боло берген тоого берилген тоодогы 3-чи разрядтыҥ 6 бирин кожуп ийерибис. 3-чи разрядтыҥ бирлерин 2-чи разрядтыҥ бирлерине ооктойло, боло берген тоого берилген тоодогы 2-чи разрядтыҥ 2 бирин кожуп ийерибис. 2-чи разрядтыҥ бирлерин

1-кы разрядтыҥ бирлерине ооктойло, боло берген тоого берилген тоодогы 1-кы разрядтыҥ 3 бирин кожуп ийерибис. Учында, 2963 деп тоо боло берер.

$$
\begin{array}{r}
5623 \\
\cdot 8 \\
\hline
40 \\
+\quad 6 \\
\hline
46 \\
\cdot 8 \\
\hline
368 \\
+\quad 2 \\
\hline
370 \\
\cdot 8 \\
\hline
2960 \\
+\quad 3 \\
\hline
2963
\end{array}
$$

Ајарулар. 1) Тоолоорыныҥ онноҥ тӧзӧлгӧн системазы ончо јерлерге таркаган деп айдарга келижер. Кӧп улус бу системаныҥ ондый элбек таркаганыныҥ шылтагын кажы ла кижи јаштаҥ ала эки колыныҥ он сабарыла тоолоорго ӱренип калатанында деп кӧрӱп јат. Је тоолоорыныҥ онноҥ тӧзӧлгӧн системазы сӱрекей ле эптӱ деген система эмес. Темдектезе, кезик айалгаларда тоолорды бичип темдектеерге кӧп тоолу цифралар керектебес он экидеҥ тӧзӧлгӧн система эптӱ болор эди, оныҥ тӧзӧлгӧзи артканы јокко 2-ге, 3-ке, 4-кӧ лӧ 6-га ӱлелип јат, ол ок ӧйдӧ бистиҥ системаныҥ тӧзӧлгӧзи дезе јаҥыс ла 2-ге ле 5-ке ӱлелип јат; јебрен ӧйдӧги Вавилондо тоолоорыныҥ алтаннаҥ тӧзӧлгӧн системазы, байла, ондый ок шӱӱлтелердеҥ улам тургузылган болор. Теоретический шиҥжӱлерге эҥ ле эптӱзи экидеҥ тӧзӧлгӧн система болуп јат, је ол практический амадуларга эп јок, нениҥ учун дезе бу система аайынча кичинек те тоо цифралардыҥ сӱрекей узун рядыла бичилип јат (темдектезе, 70 деп тоо мынайда бичилет: 1000110).

2) Бис тузаланып турган цифраларды ла тоолорды темдектейтен системаны европеецтер арабтардаҥ алган (XII чакка јуук ӧйдӧ). Шак оныҥ учун бу цифралар а р а б с к и й деп адалат. Је арабтар бу системаны бойлоры да индустардаҥ алган деп бодоор шылтак бар.

18. Римский цифралар. Эмдиги ӧйдӧ римский цифраларды кезикте тоолорды темдектеерге тузаланып турганда, олорло до таныжып аларга керектӱ болуп јат. Тоолорды темдектеерге римляндар јаҥыс ла мындый јети темдекти тузалангандар:

$$I=1,\ V=5,\ X=10,\ L=50,\ C=100,\ D=500,\ M=1000.$$

Олордыҥ тоолорды бичип темдектеер эп-аргазы бистийинеҥ тың башкаланып турган. Бисте цифралар бойыныҥ турган јерин солугнда, олордыҥ учуры да кубулып јат, римский нумерацияда дезе цифралар кажы да јерде турза, олордыҥ учуры кубулбай јат. Бир канча римский цифралар коштой бичилгенде, олорло кӧргӱзилген

тоо кажы ла цифрала кӧргӱзилген тоолордыҥ суммазына тӱҥей болор; темдектезе, 25-ти римский цифраларла бичизе, XXV болор, ол 10+10+5 деп сумманы кӧргӱзип јат; 165-ти римский цифраларла бичизе, CLXV болор, ол тоо 100+50+10+5 деп сумманы кӧргӱзип јат оноҥ до ары онойып ок болор. Бу ээжиге келишпей турган јаҥыс ла мындый 6 тоо бар:

4=IV, 9=IX, 40=XL, 90=XC, 400=CD, 900=CM.

Бу мынайда бичилип темдектелгенинде сол јанындагы цифраныҥ учуры оҥ јанындагы цифраныҥ учурынаҥ айрылып јат.

Оныҥ кийнинде тоолордыҥ мынайда да темдектелгени јарт болор:

I=1, II=2, III=3, IV=4, V=5, VI=6,
VII=7, VIII=8, IX=9, X=10, XI=11, XII=12,
XIV=14, XVIII=18, XIX=19, XX=20, XXIX=29,
XLII=42, LXXXIV=84, XCV=95, CCC=300,
MCMXXXVII=1937.

Муҥдардыҥ тоозы, бирлердиҥ тоозы ок чылап, темдектелет. је јӱк ле темдектиҥ оҥ јанынаҥ коштой m деп буква тургузатан (mille—муҥ); темдектезе:

CLXXXmCCCLXIV=180 364.

III. КОЖОРЫ.

19. Кожоры дегени не. Канча-канча тоолорды бӱдӱрген бирлер бир јуунтыга бириктирилгедий болуп јат. Ол јуунтыдагы ончо бирлер тоололгон кийининде болотон тоо *сумма* деп адалат. Бир јуунтыга биригип (кожулып) турган тоолорды дезе *кожулаачылар* деп айдар. Онойдо, 5 сереҥке ле 7 сереҥке база 2 сереҥке 14 сереҥкениҥ бир јуунтызына бириктирилер аргалу, 14 деп тоо ӱч кожулаачыныҥ суммазы болуп јат: 5, 7 ле 2. Кожулаачылардыҥ тоозы 2, 3 ле оноҥ до кӧп болордоҥ маат јок.

Кожулаачыларды сумманыҥ ӱлӱлери деп кӧрӧргӧ јараар.

Берилген канча-канча тоолорло бир јаҥы тоо табарын *арифметический действие* деп айдар (бис оны кыскарта *действие* ле деп адап турарыбыс).

Бир канча тоолордыҥ суммазын бӱдӱрер действиени бу тоолорды кожоры деп айдар.

Кожорыныҥ темдеги + (плюс) болор; онойдо 5+7+2 деп бичип салган болзо, бу 5, 7 ле 2 деп тоолордыҥ суммазы болуп јат.

Кожорыныҥ действиези качан да болзо болор (кан-

дый ла тоолорды бир јуунтыга бириктирер аргалу), оноң качан да болзо сок јаҥыс тоо чыгар.

20. Сумманыҥ тӧс свойстволоры. 1) Кожулаачыларды јерлериле солуштырганынаҥ сумма кубулбас. Онойдо, кожулаачыларды јерлериле канайып та солуштырып кошсо, 5+7+2 деп сумма качан да болзо 14 болор:

$$5+7+2=2+7+5=7+5+2=14.$$

Бу свойствоны *кожорыныҥ солуштыраачы* (переместительный) *законы* деп адаарга јӧптӧшкӧн, нениҥ учун дезе, бу закон аайынча болзо, сумманы кубултпай туруп, кожулаачыларды јерлериле солуштырарга јараар.

Бу свойствоны ӱч кожулаачыга келиштире текши бӱдӱмиле мынайда бичиирге јараар:

$$a+b+c=a+c+b=b+a+c=b+c+a=c+a+b=c+b+a,$$

мынайып бичип темдектегенинде буквалардыҥ ордына кандый ла тоолор турары шӱӱлтеге алынат.

2) Кандый бир кожулаачылардыҥ группазын олордыҥ суммазыла солузабыс, текши сумма кубулбас.

Темдектезе, 5+7+2 деп суммадагы 7 ле 2 деп кожулаачыларды олордыҥ суммазыла солузабыс, текши сумма кубулбас:

$$5+7+2=5+9=14.$$

Бу свойствоны *кожорыныҥ бириктиреечи* (сочетательный) *законы* деп айдып јат, нениҥ учун дезе, бу свойство аайынча болзо, кандый ла кожулаачыларды бис бир тоого (бир группага) *бириктирип салар* аргалу.

Бу свойствоны ӱч кожулаачыга келиштире текши бӱдӱмиле мынайда бичиирге јараар:

$$a+b+c=(a+b)+c=a+(b+c),$$

мынайып бичип темдектегенинде кожорын кандый аайынча бӱдӱретенин скобкаларла кӧргӱзип койгон: озо баштап скобкалардыҥ ичиндеги кожорын, оныҥ кийининде дезе скобкалардыҥ тыштындагы кожорын бӱдӱрер керек.

21. Сумманы канайда кожор ло суммага канайда кожор. Сумманыҥ тӧс свойстволорынаҥ мындый эки эрмек айдарга келижер:

1) Кандый бир тоого канча-канча тоолордыҥ суммазын кожорго, бу тоого кажы ла кожулаачыны ээчий-деечий кожуп ийерге кем јок.
Онойдо:

$$100+(20+7+3)=100+20+7+3^{1}.$$

Чындап та айткажын, бичилген тӱҥейликтиҥ оҥ јанындагы 20, 7, 3 деп кожулаачыларды бир группага бириктирзебис, 2-чи свойство аайынча (20 §) тӱҥейликтиҥ оҥ јаны кубулбас; је, онойып эделе, бис бичилген тӱҥейликтиҥ шак ла сол јанын тургузып аларыбыс.

2) Суммага кандый бир тооны кожорго, ол тооны кожулаачылардыҥ бирӱзине кожоло, арткан кожулаачыларды кубултпай артырып койорго кем јок.
Онойдо:

$$(35+15+20)+10=(35+10)+15+20=35+(15+10)+20=\ldots.$$

Бастыра бу суммалар 35+15+20+10 деп суммага тӱҥей, јаҥыс ла олордыҥ кезик кожулаачыларын солуштырып, кезиктерин бир группага бириктирип койгон. Оныҥ учун 1-кы ла 2-чи свойстволор аайынча (20 §) бастыра бу суммалар 35+15+20+10 деп суммага тӱҥей, айдарда, олор бойлоры ортодо база тӱҥей.

22. Јаҥыс темдектӱ эки тооны кожоры. Јаҥыс темдектӱ эки тооныҥ суммазын таап аларга, олордыҥ бирӱзине экинчизиниҥ бастыра бирлерин бирдеҥ тоолоп кожотон. Онойдо, 7-ге 5 деп тооныҥ бастыра бирлерин бирдеҥ тоолоп кожоло, 12 деп сумманы таап аларыбыс.

Кандый ла тоолорды тӱрген кожуп билерге, јаҥыс темдектӱ эки тоолорды кошконынаҥ болгон бастыра суммаларды ундубас эдип ӱренип алар керек.

Ајару. Нуль бирлердиҥ јогын темдектеп турганда, 5+0=5 (бешке нени де кошпозо, 5 ок артар) база 0+5=5 (бирлер јок болгон бололо, оныҥ кийининде дезе 5 бирди тоолоп кошкон болзо, 5 ле болор). Текши айтса, кандый ла тооны нульга кошконынаҥ эмезе нульды кандый ла тоого кошконынаҥ качан да болзо ол ок тоо болор.

---

[1] Мында да, мынаҥ да ары скобкалар ( ) скобкалардыҥ ичиндеги действиелерди арткандарынаҥ озо бӱдӱрерин кӧргӱзип јат. Скобкаларды тузаланары керегинде эмеш толо јартап айдылганын 11 §-таҥ кӧр.

23. Кöп темдектӱ тооны јаҥыс темдектӱ тоого кожоры. 37-ни ле 8-ти кожорго керек болзын. Онойып эдерге 37-деҥ 7 бирди алала, 8-ке кожуп ийелик: 15 болор. Бу 15 бирди 30-ка кожор керек; јe 15 тӱҥей ле 10 ло 5. 10-ды 30-ка кошсобыс, 40 болор; 40-гö ого ӱзеери 5-ти кожуп ийзебис, 45 болор.

Мынайда да эдерге кем јок. 40 болзын деп, 37-ге 3-ти кожор керек болуп турганын кöрӱп алып, 8 бирдеҥ 3 бирди айрып алала, 37-ге кожуп ийелик; ол тушта 40 боло берер, оныҥ ӱстӱне 8-теҥ арткан 5 бирди кошсобыс, 45 болор.

Бу действиелерди сагышта ла тӱрген бӱдӱрерге ӱренип алар керек.

Бу параграфта темдектелген кожор эки эп 21 §-та айдылган эрмектерди тузаланганы болуп турганы мындый тӱҥейликтеҥ кöрӱнип јат:

$$37+8=(30+7)+8=30+(7+8)=30+15=30+(10+5)=$$
$$=(30+10)+5=40+5=45,$$

эмезе

$$37+8=37+(3+5)=(37+3)+5=40+5=45.$$

24. Кöп темдектӱ тоолорды кожоры. 13653, 22409, 1608 ле 346 деп тöрт тооныҥ суммазын табарга керек болзын. Онойып эдерге озо баштап бастыра кожулаачылардыҥ тегин бирлерин кожорыбыс, оныҥ кийининде ондорын, оныҥ кийининде јӱстерин ле оноҥ до ары онойып ок. Башка-башка разрядтардыҥ бирлерин булгаштырбаска, бирлердиҥ алдына бирлерди, ондордыҥ алдына—ондорды, јӱстердиҥ алдына—јӱстерди ле оноҥ до ары онойып ок тургузып, берилген тоолордыҥ бирӱзин база бирӱзиниҥ алдына бичиирибис; калганчы кожулаачыныҥ алдыла чийӱ тартып койорыбыс:

$$\begin{array}{r} 13653 \\ 22409 \\ +\quad 1608 \\ 346 \\ \hline 38016 \end{array}$$

Бирлерди кожуп ийзебис, 26 болор, öскöртö айтса, 2 он ло 6 бир; берилген тоолордыҥ ондорына кожорго, 2 онды санаада тудар керек, 6 бирди дезе кожулаачылардыҥ бирлериниҥ алдына чийерибис. Ондорды (бирлерди кожордо болгон ол эки онло јаба) кошсо-

быс, 11 он болор, öскöртö айтса, 1 jÿс ле 1 он; 1 jÿсти, оны jÿстерге кожорго, санаада тудуп алалык, 1 онды дезе чийÿниҥ алдына ондордыҥ ордына чийип койолык. Jÿстерди кошсобыс, 20 jÿс болор, öскöртö айтса, бÿткÿл 2 муҥ; бу эки муҥды, олорды муҥдарга кожорго, санаада тудалык, чийÿниҥ алдына дезе jÿстердиҥ ордына нуль чийерибис. Действиени (кожорын) оноҥдо ары онойып ок бÿдÿрип барарыбыс.

Ajару. Кандый бир столбиктиҥ цифраларын кожор тушта нуль деп цифра учураза (темдектезе, бистиҥ примерде ондорды кожор тушта), оны керекке албайтан, нениҥ учун дезе 22 §-тыҥ учындагы ajару аайынча нульды кошконы бар бирлердиҥ тоозын кубултпай jат.

25. Нуль тоо болуп jат. Кожорын бÿдÿрер тушта кожулаачылардыҥ ортозында нуль учураардаҥ айабас болуп турганын бис кöргöнибис; биске нульла öскö дö арифметический действиелерди бÿдÿрерге келижерин бис мынаҥ ары кöрöрибис. Оныҥ учун бис эмди *нульды* öскö тоолорло коштой *тоо деп бодоорго* jöптöжип аларыбыс; *нуль кандый ла öскö тоодоҥ кичинек* болуп турганы jарт.

26. Тооны канча-канча бирлерге кöптöдöри. Кандый бир тооны канча-канча бирлерге кöптöдöр дегени—тоого бу бирлерди кожоры болуп jат. Темдектезе, 80-ди 25-ке кöптöдöр керек болзо, мыныҙы 80-ге 25-ти кожоры болуп jат (105 болор). Онойдордо, тооны канча-канча бирлерге кöптöдöрин кожорыла бÿдÿрип jат.

27. Кожулаачылардыҥ кубулганынаҥ сумманыҥ кубулары. Суммага кожулаачылардыҥ бастыра бирлери кирип турганда, мындый болоры jарт:

кандый бир кожулаачыга канча-канча бирлерди кошсобыс (öскö кожулаачыларды дезе кубултпай артырзабыс), сумма анча ок бирлерге кöптöй берер.

Онойдо, $5+8=13$; баштапкы кожулаачыга 4-ти кошсо, $(5+4)+8=9+8=17$ боло берер; экинчизине 4-ти кошсо (баштапкы кожулаачыны дезе кубултпай артырза),

$$5+(8+4)=5+12=17 \text{ болор;}$$

онойдордо, кожулаачылардыҥ бирÿзине 4 деп тооны кошсо, сумма 4 бирге кöптöп jат (нениҥ учун дезе 17 13-теҥ 4 бирге кöп).

Национальная библиотека Республики Алтай им М.В. Чевалкова
Горно-Алтайская Областная БИБЛИОТЕКА
A4586

Кандый бир кожулаачыдаҥ канча-канча бирлерди айрып ийзебис (ӧскӧ кожулаачыларды дезе кубултпай артырзабыс), сумма анча ок бирлерге астай берер;

кандый бир кожулаачыга канча-канча бирлерди кожоло, экинчизинеҥ дезе анча ок бирлерди айрып ийзебис, сумма кубулбай артып калар.

IV. АЙРЫЫРЫ.

28. Айрыыры дегени не. Ӱренчикте 7 тетрадь болгон; бу тетрадьтардыҥ ӱчӱзин ол карындажына берген; ӱренчикте бойында канча тетрадь артканын билип аларга, бис 7 тетрадьтаҥ 3 тетрадьты айрыыр учурлу (4 тетрадь артып jат).

Экинчи тоодо канча бирлер бар, анча ок бирлерди баштапкы тоодоҥ айрыыр действиени айрыыры деп адап jат.

Бистиҥ примерде 7 деп тоодоҥ 3 деп тооны айрыыр керек; 4 деп тоо боло берет.

Кандый бир тоодоҥ база бир тооны айрыганда, баштапкы тооны *астаачы* деп айдар; экинчизин (айрылып турган тооны)—*астадаачы* деп айдар; айрыганыныҥ кийининде болгон тооны *разность* деп айдар. Разностьты ӧскӧртӧ *артканы* деп айдар.

Бистиҥ примерде астаачы 7, астадаачы 3, разность 4.

Онойдо: $7-3=4$.

Берилген тоодоҥ оноҥ кичинек (ас) эмезе ого тӱҥей учураган ла тооны айрыыр аргалу болуп турганы jарт; jе кандый да тоодоҥ оноҥ jаан тооны айрып болбос. Оныҥ учун *астадаачы астаачыдаҥ jаан болуп болбос.*

29. Айрыырын кожорыла тӱҥдештирери. Айрыыр тушта бир тоо, чокумдап айтса, астаачы, эки тоого ооктолып jат. Темдектезе, бис 9-таҥ 5-ти айрыйла, разность 4 деп тапкан болзобыс, айдарда, бис 9-ты эки тоого ооктогоныбыс: 5 (айрылган бирлер) база 4 (арткан бирлер). Бу эки тооны бир тоого бириктирзебис, ооктогон 9 деп тоо боло берери jарт; айдарда, *астаачы разностьло кожуштырган астадаачыга тӱҥей*; ӧскӧ сӧстӧрлӧ айтса, астаачы—сумма, астадаачы ла разность дезе—кожулаачылар.

Кожор тушта кожулаачылар берилип jат, сумма

дезе табылып јат; айрыыр тушта сумма ла бир кожулаачы берилип јат, экинчи кожулаачыны дезе таап алар керек.

Айдарда, кожор тушта табылып турган тоо—айрыыр тушта берилип јат, ойто кайра алза, айрыыр тушта табылып турган тоо—кожор тушта берилип јат; оның учун *айрыырын кожорына кайра эдилер действие* деп айдыжып јат.

30. *Ајарулар.* 1) Айрыырын алган ла бойынча кожорына кайра эдилер действие деп јартаар аргалу болгон, оның болужыла эки кожулаачының суммазы аайынча ла ол кожулаачылардың бирӱзи аайынча экинчи кожулаачы табылып јат. Је арифметиканың элементарный эң ле баштапкы ӱретӱзинде айрыырын астаачыдаң астадаачыга тӱҥей ӱлӱни айрыйтан действие деп јартайла, оның кийининде дезе айрыыры ла кожоры ортодогы колбуны кӧргӱзип берзе (29 §-та эдилгени чилеп), анчадала јеҥил ле иле деп бодолып јат.

2) Астадаачы астаачыдаң кӧп эмес болзо, айрыыр действие качан да болор база разнозы дезе сок ло јаҥыс тоо болор. Темдектезе, a-даҥ b-ни айрыырга керек болзо, b-де канча бирлер бар, анча ок бирлерди a-даҥ ээчий-дееций айрып, бис бу действиени бӱдӱрип койор аргалу. Јаҥыс бирди айрызабыс, натуральный рядта a деп тоодоҥ озо турган $a-1$ деп сок ло јаҥыс тоо боло берер; оноҥ база ӧскӧ бирди айрызабыс, онойдо ок $a-1$ деп тоодоҥ озо турган $a-1-1$ деп сок ло јаҥыс тоо боло берер ле оноҥ до ары онойып ок болуп турар. $b<a$ болзо, b бирлерди айрызабыс, натуральный рядтың бир ле (сок јаҥыс) тоозы боло берер; ол тоо разность болор; $b=a$ болзо, айрыган кийининде артканы нуль болор; калганчызында, $b>a$ болзо, айрыырын бӱдӱрип болбос.

31. Јаҥыс темдектӱ тооны айрыыры. Кандый ла тооны јеҥилинче айрып турарга, озо баштап јаҥыс эмезе эки темдектӱ тоолордоҥ јаҥыс темдектӱ тоолорды айрыырын сагышта бӱдӱрерге ӱренип алар керек. Бедиреп турган разность кожоры ажыра јеҥил табылып јат. Темдектезе, 8 јоғынаҥ 15 канча болорын билип аларга турган болзобыс, кандый тооны 8-ке кошкондо, 15 болорын сагышка алынып ийелик. 8 ле 7 15 болор; айдарда, 8 јоғынаҥ 15 деген тоо 7 болор.

Бу мынайып айрыырын сагышта бӱдӱрерге ле тӱрген бӱдӱрерге ӱренип алар керек.

Ајару. 7−0=7 (7 бирдеҥ нени де айрыбаза, 7 бир ок артар), текши айтса, кандый ла тоодоҥ нульды айрыза, ол тоо кубулбай артып јат.

8−8=0 (8 бирдеҥ 8 бирди айрыза, не де артпас; текши айтса, эки тӱҥей тооның разнозы качан да болзо нуль болор.

Нульдаҥ кандый да ӧскӧ тооны айрып болбос, нениҥ учун десе ӧскӧ тоолор ончозы нульдаҥ јаан.

32. Кӧп темдектӱ тооны айрыыры.

П р и м е р: 60072-деҥ 7345-ти айрыыр.

Действиени, кожор тушта бичиген ок чылап, бичип алалык:

$$
\begin{array}{rl}
\dot{6}\dot{0}0\dot{7}2 & \text{астаачы} \\
-\ 7345 & \text{астадаачы} \\
\hline
52727 & \text{разность.}
\end{array}
$$

Кожор тушта канайда эткен эдибис, онойдо ок мында эдип туралык, јартап айтса, бирлердеҥ бирлерди айрып, ондордоҥ ондорды айрып ла оноҥ до ары онойып [illegible] елик. 5 бирди 2 бирдеҥ айрып болбос; 7 онноҥ 1 онды аладыбыс, ого 10 бир кирип турганда, бис оны астаачыда турган 2 бирге экелип бириктирерибис; 12 бир болор; олордоҥ астадаачыныҥ 5 бирин айрып јадыбыс; артканында 7 бир болор. Эмди ондорго кӧчӱп јадыбыс. Астаачыда болгон 7 онноҥ 1 онды бис бирлерди айрыыр тушта тузаланып койгоныбыс (онызын ундубаска, бис ондордыҥ 7 деп цифразыныҥ ӱстӱне точка тургузып салганыбыс); 6 он артып јат; олордоҥ астадаачыныҥ 4 онын айрып ийзебис, артканында 2 он болор. Јӱстерге кӧчӱп јадыбыс. Астаачыда јӱстер јок; муҥдардаҥ кӧрзӧбис, олор астаачыда база јок эмтир; оныҥ учун оноҥ ары—он муҥдарга барадыбыс; он муҥдар астаачыда 6 эмтир; ол 6 он муҥдардыҥ бирӱзин алалык (онызын ундубаска, 6 деп цифраныҥ ӱстӱне база точка тургузып јадыбыс); ого 10 муҥ кирип турганда, оныҥ бир муҥын аладыбыс; ого 10 јӱс кирип јат; он јӱстеҥ астадаачыныҥ 3 јӱзин айрызабыс, артканында 7 јӱс болор. Бисте база 9 муҥ арткан; олордоҥ астадаачыныҥ 7 муҥын айрызабыс, артканында 2 муҥ болор. Калганчызында, астаачыныҥ 5 он муҥы артканына кубулбай кӧчӧр, нениҥ учун десе олордоҥ бир де неме айрылбай јат. Онойдордо, арткані 52727 болуп јат.

Айрыырына база ондый ок п р и м е р л е р:

$$
\begin{array}{r}
\dot{6}\dot{0}\dot{0}\dot{0}227 \\
-\ 4320423 \\
\hline
1679804
\end{array}
\qquad\qquad
\begin{array}{r}
\dot{5}\dot{0}\dot{0}\dot{0}\dot{0}0 \\
-\ 17236 \\
\hline
482764
\end{array}
$$

Айрыырын јабыс разрядтардаҥ бийик разрядтар јаар

бӱдӱрип барарга эптӱ, ненин учун дезе мынайып бӱдӱрип барганда, керек болор тушта бис качан да болзо бийик разрядтаҥ 1 бирди јабыс разрядтыҥ бирлерине ооктоп ийер аргалу.

33. Сумманы канайда айрыыр ла суммадаҥ канайда айрыыр. Мынаҥ ӧрӧ турган параграфта бис кӧп темдектӱ тооны айрыыр тушта бирлердеҥ бирлерди айрып, ондордоҥ ондорды айрып ла оноҥ до ары онойып ок бӱдӱрип турганыбыс. Бу тушта бис мындый ээжилерди тузаланганыбыс.

1) Сумманы айрыырга, кажы ла кожулаачыны алдынаҥ башка ээчий-деечий айрыырга јараар.

Онойдо, 325 деп тооны, ӧскӧртӧ айтса, 5+20+300 деп сумманы айрыырга, 5, 20 ле 300 деп кожулаачылардыҥ кажызын ла алдынаҥ башка айрыырга јараар.

Текши бӱдӱмиле бу ээжини мындый тӱҥейликле бичиирге јараар:

$$a-(b+c+d+...)=a-b-c-d-... .$$

2) Суммадаҥ тооны айрыырга, бу тооны кандый бир кожулаачыдаҥ айрыырга јараар.

Онойдо:

$$(30+20)-10=50-10=40,$$

эмезе

$$(30+20)-10=(30-10)+20=20+20=40,$$

эмезе

$$(30+20)-10=30+(20-10)=30+10=40.$$

Текши алза,

$$(a+b+c+...)-m=(a-m)+b+c+...=a+(b-m)+c+... .$$

Астадаачыны тегин бирлердиҥ, ондордыҥ, јӱстердиҥ ле оноҥ до ӧскӧлӧриниҥ суммазы деп кӧрӱп, бис бирлерди башка айрып, оныҥ кийининде ондорды, оныҥ кийининде јӱстерди ле оноҥ до ары онойып ок айрып турадыбыс. Бирлерди айрыырга, бис астаачыны разрядтардыҥ суммазы деп кӧрӱп, астадаачыныҥ бирлерин бу сумманыҥ бир кожулаачызынаҥ, чике айтса, бирлердеҥ айрып јадыбыс. Онойып эдип болбос болзо, бис астаачыныҥ бир онын алып, оны тегин бирлерге ооктойло, бу бирлерди астаачыныҥ бирлерине кожуп јадыбыс, оныҥ кийининде астадаачыныҥ бирлерин айрып јадыбыс. Астаачыда ондор јок болуп калза, бис 1 јӱсти алып, оны ондорго ооктойло, оноҥ до ары онойып ок эдерибис.

34. Кожорын шиҥжӱлеп кӧрӧри. Действиени чын бӱдӱргенин билип аларга, оныҥ чынын ш и ҥ ж ӱ л е п к ӧ р ӧ р керек. Кошконыныҥ чынын шиҥжӱ-

леп кӧрӧргӧ, кожулаачыларды кӧп сабазында экинчи катап, баштапкызынаҥ ӧскӧ аайынча, кожуп јат, темдектезе, кожорын алдынаҥ ӧрӧ бӱдӱрип јат. Экинчи катап кошкон кийининде ол ок сумма боло берзе, кожорын чын бӱдӱрген деп айдарга келижер.

Экинчи јанынаҥ алза, кошконыныҥ чынын айрырыла да шиҥжӱлеп кӧрӧр аргалу. Онойып эдерге суммадаҥ кожулаачылардыҥ бирӱзин айрыыр керек; разнозы арткан кожулаачылардыҥ суммазына тӱҥей болзо, действиени чын бӱдӱрген деп айдарга келижер.

35. Айрыырын шиҥжӱлеп кӧрӧри. Астаачы—сумма, астадаачы ла артканы дезе кожулаачылар болуп турганда, айрыганыныҥ чынын шиҥжӱлеп кӧрӧргӧ, астадаачызына артканын кожуп ийер керек; астаачыга тӱҥей тоо боло берзе, действиени чын бӱдӱрген деп айдарга келижер.

Экинчи јанынаҥ алза, астадаачы ла артканы—кожулаачылар, астаачы дезе—сумма болуп турганда база кожулаачыларды јерлериле солуштырганынаҥ сумма кубулбай артып турганда, айрыганыныҥ чынын айрыырыла да шиҥжӱлеп кӧрӧр аргалу, онойып эдерге астаачыдаҥ артканын айрып ийер керек; бу ушта астадаачызы боло берзе, действиени чын бӱдӱрген деп айдарга келижер.

36. Тооны канча-канча бирлерге астадары. Кандый бир тооны канча-канча бирлерге астадар дегени— оноҥ бу бирлерди айрып ийетени болуп јат. Онойдо, 100-ти 30-ка астадарга керек болзо, 100-теҥ 30-ты айрып ийер керек (70 болор).

37. Эки тооны тӱҥдештирери. Эки тооны бойлоры ортодо тӱҥдештирерге туруп, бис мындый сурак тургузадыбыс: бир тоо экинчи тоодоҥ канча бирлерге кӧп эмезе ас? Онызын билип аларга, јаан тоодоҥ кичинек тооны айрып ийер керек. Темдектезе, 20 35-теҥ канчага ас болуп турганын билерге (эмезе 35 20-деҥ канчага кӧп болуп турганын билерге), 35-теҥ 20-ни айрып ийер керек; ол ушта 20 35-теҥ 15 бирге ас (эмезе 35 20-деҥ кӧп) деп таап аларыбыс.

38. Берилген тоолор кубулганынаҥ улам разнозы кубулары. Разностьтыҥ кубулары сумманыҥ кубуларынаҥ камаанду деп кӧргӧдий болуп јат, нениҥ учун дезе астаачы—сумма, астадаачы ла разность дезе—кожулаачылар. Оныҥ учун,

астаачыга бир канча бирлерди кошсобыс, разность анча ок бирлерге көптөөр;

астаачыдаҥ бир канча бирлерди айрызабыс, разность анча ок бирлерге астаар;

астадаачыга бир канча бирлерди кошсобыс, разность анча ок бирлерге астаар;

астадаачыдаҥ бир канча бирлерди айрызабыс, разность анча ок бирлерге көптөөр.

Астаачыны ла астадаачыны јаҥыс ӧйдӧ тӱҥей тоого көптӧтсӧ эмезе тӱҥей тоого астатса, разность кубулбас дегенине аҥылу ајару салганы тузалу болор.

Онойдо:

$$11-3=(11+6)-(3+6)=8.$$

39. Разностьты канайда айрыыр. 30-таҥ 12—8 деп разностьты айрыырга керек болзын. Озо баштап ол разностьты табала (ол 4 болор), оныҥ кийининде оны 30-таҥ айрып ийер ордына (26 болор), бис мынайда эдер аргалу: 30 деп астаачыны да, 12—8 деп астадаачыны да 8-ке көптӧдип ийелик, ол тушта 30-тыҥ ордына 38 болор, 12—8 деп разностьтыҥ ордына дезе 12 болор. Эмди 38-теҥ 12-ни айрыырыбыс; 26 болор. Бедиреген тоо шак ол болор, нениҥ учун дезе астаачыны ла астадаачыны бис тӱҥей тоого көптӧткӧнибис, оноҥып эткенинеҥ дезе разность кубулбай јат.

База мынайда да эдерге јараар: 30-таҥ 8 јок 12-ни айрыбай, кӧндӱре 12-ни айрып ийелик (18 болор). Је бис чын айрыйтанынаҥ 8-ке кӧп айрыганыбыс, оныҥ учун чын артатанынаҥ 8-ке ас арткан; айдарда, 18-ти 8-ке кӧптӧдип ийзебис, чын арткан 26 деп тооны таап аларыбыс. Онойдордо,

разностьты айрыырга, астадаачыны кожоло, оныҥ кийининде астаачыны айрыырга јараар; эмезе астаачыны[1] айрыйла, оныҥ кийининде астадаачыны кожуп ийер.

Текши бӱдӱмиле бу ээжини мындый тӱҥейликтер ажыра кӧргӱзерге јараар:

$$a-(b-c)=a+c-b; \quad a-(b-c)=a-b+c.$$

---

[1] Мынайда эдер арга бар болзо, ӧскӧртӧ айтса, астаачы разностьты айрыйтан тоодоҥ јаан эмес болзо, ол тушта бу јараар.

V. ДЕЙСТВИЕЛЕРДИҤ ТЕМДЕКТЕРИ, ТӰҤЕЙЛИКТИҤ ЛЕ ТӰҤЕЙЛИК ЭМЕСТИҤ ТЕМДЕКТЕРИ. СКОБКАЛАР.

40. Темдектер. Кезикте бодолголорды бодоор тушта действиелерди бӱдӱрбей туруп, берилген тоолорло кандый действиелерди бӱдӱретенин темдектерле јӱк ле кӧргӱзип койорго керектӱ болуп јат. Темдектезе, 10, 15, 20 деп тоолорды кожотонын кӧргӱзерге керек болзын. Ол тушта берилген кожулаачыларды бир јолго бичийле, олордыҥ ортозына кожорыныҥ темдегин тургузып јат: 10+15+20.

Бир тоодоҥ экинчи тооны айрыйтанын кӧргӱзерге керек болзо, астаачыны ла астадаачыны бир јолго бичийле, олордыҥ ортозына айрырыныҥ деп темдегин тургузып јат. Онойдо, 10—8 деп бичилгени 10-ноҥ 8-ти айрырга керектӱ болуп турганын кӧргӱзип јат.

10+15+20 деп бичилгенин мынайда кычырар: 10 плюс 15 плюс 20, эмезе 10-ныҥ, 15-тиҥ ле 20-ниҥ суммазы деп. 10—8 деп бичилгенин мынайда кычырар: 10 минус 8, эмезе 10-ныҥ ла 8-тиҥ разнозы деп.

Бис тузаланып келген ле јаантайын учурап туратан база мындый темдектер бар: =, > база <. Баштапкызын *тӱҥейликтиҥ темдеги* деп айдар, ол „тӱҥей“ эмезе „тӱҥей болор“ деп сӧстӧрдиҥ ордына туруп јат. Онуҥ кийниндеги экӱзин *тӱҥейлик эместиҥ темдектери* деп айдар, темдек > „кӧпти“ (јаанды) кӧргӱзет, темдек < „асты“ (кичинекти) кӧргӱзет; темдектезе, 7+8=15. 7+8 > 10 база 7+8 < 20 деп бичилгендерди мынайда кычырар: 7 плюс 8 15-ке тӱҥей; 7+8 10-ноҥ кӧп (јаан); 7+8 20-деҥ ас (кичинек) деп. > база < деп темдектер болуҥчыны курч бажыла кичинек тоо јаар баштанып турар учурлузын ундыбас керек.

Ого ӱзеери, мындый темдектер учурайт: ≠ (тӱҥей эмес), ≤ (кичинек эмезе тӱҥей), ≥ (јаан эмезе тӱҥей).

41. Скобкалар. Формула. Бодолголорды бодоор тушта берилген сурактыҥ каруузына једерге, тоолорло кандый действиелерди канайда бӱдӱретенин действиелерди бӱдӱреринеҥ озо кӧргӱзип койоры сӱрекей тузалу болуп јат. Темдектезе, кандый бир бодолгоны бодоорго, озо баштап 35-ти ле 20-ни кожор,

оның кийининде бу сумманы 200-тең айрыыр керек болзын. Оныҙын кӧргӱзерге, мынайда бичип jат:

$$200-(35+20).$$

Мында—деп темдектиҥ кийининде турган скобкалар 200-тең 35+20 деп сумманы, ӧскӧртӧ айтса, 55-ти айрыырга керектӱ болуп турганын кӧргӱзип jат.

Скобкаларлу примерди кезикте jаҥы скобкаларла jабарга келижип jат; ондый учуралда олорды бирӱзин бирӱзинең ылгаарга, jӱзӱн-jӱӱр кеберлӱ скобкаларды тузалангылап jат[1], темдектезе, мынайда бичилген пример:

$$100+\{160-[60-(7+8)]\}$$

мындый учурлу болуп jат: 7-ни ле 8-ти кожор (15 болор); табылган сумманы (15-ти) 60-наң айрып ийер (45 болор); бу табылган тооны (45-ти) 160-наң айрып ийер (115 болор); болгон тооны 100-ке кожуп ийер (215 болор). Бу тушта действиелерди бӱдӱрери качан да болзо эҥ ле ичиндеги скобкалардаң башталары база оноҥ до ары онойып ок барары шӱӱлтеге алынып jат.

Э э ч и й-д е е ч и й кожотонын ла айрыйтанын темдектеер тушта, ӧскӧртӧ айтса, действиелер канайда бичилген, ондый ок аайынча олорды бӱдӱрер тушта, скобкаларды тургуспайтаны керегинде jолой айдып ийелик; онойдо:

$$20-2+4-5$$

деп бичилген болзо, ол $[(20-2)+4]-5$ деп бичилгенин ок, ӧскӧртӧ айтса, 20-деҥ 2-ни айрыйла, болгон разностько 4-ти кожоло, бу суммадаң 5-ти айрыйтанын кӧргӱзет.

Бедиреген тооны таап аларга, тоолорло кандый действиелерди, кандый аайынча бӱдӱретенин кӧргӱзип турган выражениени (бичилгенин) формула деп айдар.

Ф о р м у л а н ы б о д о п ч ы г а р а р дегени—формулада кӧргӱзилген бастыра действиелерди бӱдӱрген кийининде болотон тооны табар дегени.

[1] Мындый ( ) кеберлӱ скобкаларды кӧп сабазында тегин скобкалар, эмезе тегерик скобкалар деп айдатан, мындый [ ] кеберлӱлерин тӱс, эмезе квадратный скобкалар деп айдатан, мындый { } кеберлӱлерин фигурный скобкалар деп айдатан.

VI. КАТАПТААРЫ.

Бодолго. *Кажызынынг ла баазы 85 акчадан 6 линейка садып алган. Бастыра линейкалар учун канчаны тӧлӧгӧн?*

Бу бодолгоны бодоорго, бис 6 тӱнгей кожулаачынынг суммазын таап алар учурлу:

85+85+85+85+85+85=510 (=5 салк. 10 ак.).

Бистинг бодолгодо бу сумманы бис тегин ле кожорыла таап турубыс. Jе тӱнгей кожулаачылардынг тоозы аайы jок кӧп болзо, кожорынынг болужыла суммаларды табарга чылазынду болуп jат.

Тӱнгей кожулаачыларды кожорго улам сайын келижип турганда, арифметика ондый суммаларды тӱрген табар эп-аргалар берип jат.

Тӱнгей кожулаачылар кожулганда, ӧскӧртӧ айтса, бир тоо кожулаачы болуп канча-канча катап учурап турганда, ол тооны катапталып (кӧп катап алынып) jат деп айдыжат. Ол тоо 6 катап такып учураганда, ол 6-га катапталып jат деп айдыжат; 20 катап такып учураганда, ол 20-ге катапталып jат дежет база ононг до ары онойып ок.

42. Катаптаары дегени не. *Тӱнгей кожулаачыларды кожорын катаптаары деп айдар.*

Бу тушта кожулаачы болуп такып-такып алынган тооны *кӧптӧӧчи* деп айдар, ондый тӱнгей кожулаачылар канча катап такып алынганын кӧргӱскен тооны *кӧптӧдӧӧчи* деп айдар.

Катаптаган кийининде болгон тооны *произведение* деп айдар. Темдектезе, 85-ти 6-га катаптаганда, кӧптӧӧчизи 85, кӧптӧдӧӧчизи 6 болуп jат, катаптаарда болгон 510 деп тоо дезе произведениези болуп jат. Кӧптӧӧчини ле кӧптӧдӧӧчини *кӧптӧжӧӧчилер* деп айдар.

Катаптаарын анылу темдекле бичип кӧргӱзер деп эткен. Темдектезе, 85-ти 6-га катаптаарга керек болзо, оны мынайда бичиир: 85 · 6, ӧскӧртӧ айтса, кӧптӧӧчини бичийле, онынг онг jанына катаптаарынынг темдегин (точка) тургузар, ондый темдектинг онг jанына дезе кӧптӧдӧӧчини тургузар, онойдо бичилгени 85+85+85+ +85+85+85 деп сумманы солуп jат. Произведениени

таап алган кийининде мындый тӱҥейлик бичиирге јараар: $85 \cdot 6 = 510$.[1]

Бу тӱҥейликти башка-башка кычырар аргалу:

кажызы ла 85 болуп турган алты тӱҥей кожулаачынын суммазы 510;

6-га катапталган 85 510 болуп јат;

85-тиҥ ле 6-ныҥ произведениези 510-го тӱҥей.

Ајарулар. 1) Катаптаары кожорынын бир учуралы болуп турганда, ол качан да болзо бӧлӧр база берилген кӧптӧжӧӧчилер тушта сок ло јаҥыс произведение болор.

2) Кӧптӧжӧӧчилер букваларла бичилгенде, олорды катаптаарын кӧп сабазында кандый да темдек јогынаҥ (кӧптӧжӧӧчилерди коштой тургузып) кӧргӱзип јат. Онойдо, *ab* деп бичилген болзо, *a* деп тооны *b* деп тооо катаптаар дегени болуп јат. Буквала јаҥыс ла кӧптӧдӧӧчи бичилген болзо, база кандый да темдек тургуспас, темдектезе, 5*a*.

3) Кӧптӧӧчи кандый ла адалган аттыҥ бирлерин кӧргӱзер аргалу, темдектезе, метрлерди, салковойлорды, карандаштарды ла оноҥ до ӧскӧлӧрин; произведение. кӧптӧӧчи ок чылап, ондый ок атту бирлерди кӧргӱзер учурлу. Темдектезе, 7 салковой 4-кӧ катапталган болзо, 28 салковой болор. Канча тӱҥей кожулаачылар алынганын кӧргӱзип турган кӧптӧдӧӧчи кандый да ат јок болор: онойдо, 7 салковойды 4-кӧ катаптаарга јараар, је 7 салковойды 4 салковойго эмезе 4 метрге катаптаарга јарабас.

Прикладной наукаларда (темдектезе, физикада) адалганду тоолорды бойлоры ортодо улам сайын катаптап јат, бу ок ӧйдӧ произведениениҥ адын кӧптӧжӧӧчилердиҥ аттарыныҥ произведениези деп кӧргӱлеп јат.

43. Катаптаарыныҥ бир кезек аҥылу учуралдары. 1) Кӧптӧӧчи бир болзо, произведение кӧптӧдӧӧчиге тӱҥей болор; онойдо $1 \cdot 5 = 5$, нениҥ учун дезе $1+1+$ $+1+1+1$ деп сумма 5 болуп јат.

2) Кӧптӧӧчи нуль болзо, произведение де нульга тӱҥей болор; темдектезе, $0 \cdot 4 = 0$, нениҥ учун дезе $0+0+0+0$ деп сумма, бистиҥ азыйда (24 §-та) јӧптӧжип алганыбысла болзо, 0 болуп јат.

3) Кӧптӧдӧӧчи бир болзо, произведениени кӧптӧӧчиге тӱҥей деп алар; темдектезе, $5 \cdot 1 = 5$ (5-ти 1 катап алзабыс, 5 болор).

4) Кӧптӧдӧӧчи нуль болзо, произведениени нульга тӱҥей деп алар; темдектезе, $5 \cdot 0 = 0$ (5-ти бир де катап албазабыс, не де јок болор).

44. Тооны бир канча катапка кӧптӧдӧри. Тооны

[1] Точканыҥ ордына катаптаарыныҥ темдеги эдип база кыйа крест тургузып јат (×).

2 катапка, 3 катапка, 4 катапка ла оноҥ до ары көптөдөр дегени—берилген тоого тӱҥей эки, ӱч, төрт лö оноҥ до ары кожулаачылардыҥ суммазын бириктирип тургузар дегени болуп јат. Темдектезе, 10-ды 5 катапка көптөдөр дегени—кажызы ла 10-го тӱҥей беш кожулаачынын суммазын алар дегени, öскöртö айтса, 10-ды 5-ке катаптаары болуп јат. Онойдорло, тооны б и р к а н ч а к а т а п к а көптөдöрин к а т а п т а а р ы а ж ы р а бӱдӱргилеп јат (тооны к а н д ы й б и р т о о г о көптөдöрин дезе к о ж о р ы а ж ы р а бӱдӱргилеп јат).

45. Көптöжööчилердиң јерлериле солуштырганынаҥ произведение кубулбас. Мында јуралган чийӱчектерди тоолоп аларга турубыс деп алалык:

Баштапкы јолдо 7 чийӱчек, экинчизинде ле ӱчӱнчизинде база 7-деҥ, айдарда, бастыра чийӱчектер 7+7+ +7, эмезе $7 \cdot 3$ болор. Је ол ок чийӱчектерди саҥ тöмöн барган столбиктерле тоолоорго јараар: баштапкы столбикте 3 чийӱчек, экинчизинде—3, ӱчӱнчизинде база 3 ле оноҥ до ары онойып ок; бастыра 7 столбик болгондо, чийӱчектердиҥ тоозы $3+3+3+3+3+3+3$, эмезе $3 \cdot 7$ болор. Је чийӱчектердиҥ тоозы бис кандый аайынча тоолоп барганыбыстаҥ камааны јок болуп јат; айдарда, $7 \cdot 3=3 \cdot 7$.

Онойдо ок $8 \cdot 5=5 \cdot 8$; $20 \cdot 15=15 \cdot 20$ база оноҥ до ары онойып ок болор деп јартына чыгып алар аргалу. Текши айтса,

көптööчини көптöдööчиниҥ јерине, көптöдööчини дезе көптööчиниҥ јерине тургусканынаҥ произведение кубулбай јат.

Бу свойствоны *катаптаарынын солуштыраачы законы* деп айдар.

Текши бӱдӱмиле оны мындый тӱҥейлик ажыра кöргӱзерге јараар:

$$ab=ba.$$

Ајару. Көптöдööчи бир деп тоо эмезе нуль да болгондо, катаптаары бу ок свойстволу болор; темдектезе, $1 \cdot 5=5$ база $5 \cdot 1=5$; $0 \cdot 4=0$ база $4 \cdot 0=0$.

46. Катаптаарыныҥ таблицазы. Кандый ла тоолорды тӱрген катаптаарга ӱренип аларга, *јаҥыс темдектӱ* тоолордыҥ бастыра произведениелерин санаада тудуп алар керек. Оныҥ учун катаптаарыныҥ таблицазын (кожорыныҥ болужыла) тургузып алала, бу таблицаны ӱренип аладылар.

47. Катаптаарын бис канайда кӧрӧтӧнибистиҥ аайы. Мынайда ээчий-деечий бичилип барганында катаптаарын канайда бӱдӱретенин айдып берерибис:

1) кӧп темдектӱ тооны јаҥыс темдектӱ тоого катаптаары;

2) кандый ла тооны учында бир нульду эмезе бир канча нульдарлу 1 деп цифрала кӧргӱзилген тоого катаптаары;

3) кандый ла тооны учында бир нульду эмезе бир канча нульдарлу кандый ла цифрала кӧргӱзилген тоого катаптаары;

4) кӧп темдектӱ тооны кӧп темдектӱ тоого катаптаары;

5) учында нульдарлу тоолорды катаптаары.

48. Кӧп темдектӱ тооны јаҥыс темдектӱ тоого катаптаары. 846-ны 5-ке катаптаарга керек болзын. Действиени мынайда бичиир деп эткен:

$$\begin{array}{r} 846 \\ \cdot 5 \\ \hline 4230, \end{array}$$

ӧскӧртӧ айтса, кӧптӧӧчини бичийле, оныҥ алдына кӧптӧдӧӧчини бичиир; кӧптӧдӧӧчиниҥ алдыла чийӱ тартып јат. Чийӱниҥ алдына произведениениҥ катаптаган сайын болгон цифраларын бичийтен.

846-ны 5-ке катаптаар дегени—кажызы ла 846-га тӱҥей болуп турган 5 тооны кожор дегени. Онойып эдерге озо баштап 5 катап 6 бирден алар, оныҥ кийининде 5 катап 4 оннон, калганчызында дезе, 5 катап 8 јӱстеҥ алар.

Бу учуралдардыҥ кажызында ла произведениени катаптаарыныҥ таблицазы аайынча таап аларыбыс.

5 катап 6 бир=30 бирге, ӧскӧртӧ айтса, 3 онго тӱҥей болор: чийӱниҥ алдында бирлердиҥ јерине нуль тургузала, 3 онды санаада тударыбыс.

5 катап 4 он=20 онго, ол ӱстӱне 3 он=23 онго, ӧскӧртӧ айтса, 2 јӱске ле 3 онго тӱҥей; чийӱниҥ ал-

дында ондордыҥ jерине 3 онды тургузала, 2 jӱсти санаада тударыбыс.

5 катап 8 jӱс=40 jӱске, ол ӱстӱне 2 jӱс=42 jӱске; чийӱниҥ алдына 42 jӱсти, ӧскӧртӧ айтса, 4 муҥды ла 2 jӱсти тургузарыбыс.

Онойдордо, 846-ныҥ ла 5-тиҥ произведениези 4230-ка тӱҥей эмтир.

49. Учында бир нульду эмезе бир канча нульдарлу бирле кӧргӱзилген тоого катаптаары. 358-ти 10-го катаптаарга керек болзын, ӧскӧртӧ айтса, кажызы ла 358-ке тӱҥей болуп турган 10 тоонычкожорго керек. 10 катап jаҥыс бирдеҥ алза, 1 он болор; айдарда, 10 катап 358 бирдеҥ алза, 358 он болор, эмезе 3580 бир болор. База оноҥ ӧскӧ пример алалык: 296 · 1000.

Кожулаачы болуп 1000 катап алынган jаҥыс бир 1 муҥ болор; онойткондо, 1000 катап алынган 296 бир 296 муҥ болор, ол мынайда бичилер: 296000.

***Ээжи.* Кандый ла тооны учында нульдарлу бирле кӧргӱзилген тоого катаптаарга, кӧптӧдӧӧчиде канча нульдар бар, анча ок нульдарды кӧптӧӧчиниҥ оҥ jанына улай бичип койор керек.**

50. Учында бир нульду эмезе бир канча нульдарлу кандый ла цифрала кӧргӱзилген тоого катаптаары. 248-ти 30-ка катаптаарга керек болзын, ӧскӧртӧ айтса, кажызы ла 248-ке тӱҥей болуп турган 30 кожулаачыны кожорго керек.

Бу 30 кожулаачыны кажызы ла 3 кожулаачыдаҥ турган 10 тӱҥей группага бириктирген деп бодойлык:

248	248	248	248	248	248	248	248	248	248
248	248	248	248	248	248	248	248	248	248
248	248	248	248	248	248	248	248	248	248
744	744	744	744	744	744	744	744	744	744

Онойдордо, бис 3 катап 248-теҥ алала, болгон тооны (744-ти) дезе 10-го катаптап ийер аргалу. Ӧскӧ сӧстӧрлӧ айтса, кандый бир тооны 30-ка катаптаарга, ол тооны 3-ке катаптайла, болгон произведениезин 10-го катаптаар керек (онойып эдерге оҥ jанына бир нуль бичип койор):

$$248 \cdot 3 = 744, \quad 744 \cdot 10 = 7440.$$

База бир п р и м е р алалык: 895 · 400.

Бу примерде кажызы ла 895-ке тӱҥей болуп турган 400 тооны кожорго керек болуп јат.

Је 400 кожулаачыны кажызы ла 4 кожулаачыдаҥ турган 100 группага бириктирерге јараар. Ол группалардыҥ бирӱзинде канча бирлер барын билип аларга, 895-ти 4-кö катаптаар керек (3580 болор); оныҥ кийининде бастыра группаларда канча бирлер барын билип аларга, 3580-ди 100-ке катаптаар керек (онойып эдерге 3580-ниҥ оҥ јанына эки нуль бичигени јеткил болор).

Ээжи. **Кандый ла тооны учында нульдарлу кандый ла цифрала кöргӱзилген тоого катаптаарга, кöптööчини бу учурлу цифрага катаптайла, кöптöдööчиде канча нульдар бар, анча ок нульдарды болгон произведениениҥ оҥ јанына бичип койор керек.**

51. Кöп темдектӱ тоого катаптаары. Мындый тоолорды катаптаарга керек болзын:

$$3826 \cdot 472,$$

öскöртö айтса, кажызы ла 3826-га тӱҥей болуп турган 472 тооны кожор керек. Онойып эдерге озо баштап 2 ондый тооны кожор, оныҥ кийининде база 70 ондый тооны, оныҥ кийининде база 400 ондый тооны кожор, калганчызында, болгон суммаларды бир суммага бириктирер, öскöртö айтса, 3826-ны кожулаачы эдип 472 катап алар керек. Онойып эдерге 3826-ны кожулаачы эдип 2 катап алар, оныҥ кийининче 70 катап, оныҥ кийининде 400 катап, оноҥ болгон суммаларын бир суммага бириктирер; öскö сöстöрлö айтса, 3826-ны 2-ге катаптаар, оныҥ кийининде 70-ге катаптаар, оныҥ кийининде 400-ке катаптайла, болгон произведениелерин кожуп ийер керек.

Действиени бӱдӱрерин мынайда бичип тургузалык: кöптööчини бичийле, оныҥ алдына кöптöдööчини бичиир, кöптöдööчинин алдыла чийӱ тартып койор:

$$\begin{array}{r} 3826 \\ \cdot\ 472 \\ \hline 7652 \\ 267820 \\ 1530400 \\ \hline 1805872 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 3826 \\ \cdot\ 472 \\ \hline 7652 \\ 26782 \\ 15304 \\ \hline 1805872 \end{array}$$

Кöптööчини 2-ге катаптайла, болгон произведение-

ни чийӱниҥ алдына бичиирибис; бу **б а ш т а п к ы к е з е к п р о и з в е д е н и е** болор (шак 7652).

Кӧптӧӧчини 70-ге катаптаарыбыс. Онойып эдерге кӧптӧӧчини 7-ге катаптайла, произведениениҥ оҥ јанына бир нуль бичиирибис; оныҥ учун бис баштапкы кезек произведениениҥ бирлериниҥ алдына нуль тургузып јадыбыс, кӧптӧӧчини 7-ге катаптаарда болгон цифраларды дезе алган ла аайынча ээчий-деечий баштапкы произведениениҥ ондорыныҥ, јӱстериниҥ база оноҥ до ӧскӧ разрядтарыныҥ алдына бичиирибис. Бу **э к и н ч и к е з е к п р о и з в е д е н и е** болор (267820).

Кӧптӧӧчини 400-ке катаптап турубыс. Онойып эдерге 3826-ны 4-кӧ катаптайла, болгон произведениениҥ оҥ јанына эки нуль бичиирибис. Эки нульды экинчи кезек произведениениҥ бирлериниҥ ле ондорыныҥ алдына тургузарыбыс, кӧптӧӧчини 4-кӧ катаптаарда болгон цифраларды дезе алган ла аайынча экинчи кезек произведениениҥ јӱстериниҥ, муҥдарыныҥ база оноҥ до ӧскӧ разрядтарыныҥ алдына бичирибис. Ол тушта **ӱ ч ӱ н ч и к е з е к п р о и з в е д е н и е** болор (1530400).

Калганчы кезек произведениениҥ алдыла чийӱ тартала, олорды ончозын кожуп ийзебис, толо произведение болор.

Бичиирин кыскартарга, бистиҥ кара шрифтле кӧргӱзип салган нульдарды бичигилебей јат; је кӧптӧӧчини кӧптӧдӧӧчиниҥ ондорыныҥ цифразына катаптаарда, бис бу тушта баштапкы болгон цифраны баштапкы кезек произведениениҥ ондорыныҥ алдына бичийтениҥ ундубас учурлу; кӧптӧӧчини кӧптӧдӧӧчиниҥ јӱстериниҥ цифразына катаптаарда, бис баштапкы болгон цифраны озо турган кезек произведениелердиҥ јӱстериниҥ алдына бичип јадыбыс база оноҥ до ары онойып ок бодоп барарыбыс.

Ајарулар. 1) Кӧптӧдӧӧчиниҥ цифраларыныҥ ортозында бир бар болзо, кӧптӧӧчини бу тоого катаптап, кӧптӧдӧӧчи бирге тӱҥей болор тушта произведение кӧптӧӧчиге тӱҥей болотоныҥ ундубас керек.

2) Кӧптӧдӧӧчиниҥ цифраларыныҥ ортозында нульдар бар болзо, ол нульдарга катаптабай, кӧптӧдӧӧчиниҥ ээчий барган учурлу цифразына катаптап јат. Темдектезе:

$$
\begin{array}{r}
470827 \\
\cdot\ 60013 \\
\hline
1412481 \\
470827 \\
2824962 \\
\hline
28255740751
\end{array}
$$

Кӧптӧӧчини 6 он мунга катаптаар тушта болгон калганчы кезек произведениени, оныҥ бирлеринин цифразы (2) он муҥдардыҥ разрядында турар эдип бичиир керек.

3) Кӧптӧдӧӧчиде цифралар кӧптӧӧчиниҥ цифраларынаҥ кӧп болзо, кезек произведениелердиҥ тоозын астадарга, кӧптӧдӧӧчини кӧптӧӧчи деп алала, кӧптӧӧчини дезе кӧптӧдӧӧчи деп алза, бодоорго артык болор. Темдектезе, 378 · 27468 деп произведениени табарда, 27468-ти 378-ке катаптап јат.

52. Учында нульдарлу тоолорды кыскарта катаптаары. Озо баштап јаҥыс ла кӧптӧӧчизи нульдарга токтогон пример алалык:

$$2700 \cdot 15.$$

2700-ти 15-ке катаптаар дегени—кажызы ла 2700-ке тӱҥей болуп турган 15 тооны кожор дегени болуп јат.

Бу сумманы тегин кожорыныҥ болужыла табар болзобыс:

$$
\left.
\begin{array}{r}
2700 \\
2700 \\
\dots \\
\dots \\
\dots \\
\dots \\
2700 \\
\hline
40500
\end{array}
\right\}\ 15 \text{ катап,}
$$

ол тушта кожулаачылардыҥ нульдары суммага кӧчӧри јарт, оныҥ учун 15 катап 27 јӱстеҥ алганы јеткил болор. Айдарда, 2700-ти 15-ке катаптаарга, 27-ни 15-ке катаптайла, олордыҥ произведениезине эки нульды бичип койоры јеткил болотон эмтир.

Действиени мынайда бичип тургузары ончозынаҥ эптӱ:

$$\begin{array}{r} 2700 \\ \cdot\ 15 \\ \hline 135 \\ 27 \\ \hline 40500 \end{array},$$

ӧскӧртӧ айтса, кӧптӧӧчиниҥ нульдары кӧптӧдӧӧчидеҥ оҥ јаны јаар турар эдип, кӧптӧдӧӧчини бичиир керек; оныҥ кийининде, кӧптӧӧчиниҥ нульдарына ајару салбай, катаптаарын бӱдӱреле, ол нульдарды болгон произведениениҥ оҥ јанына бичиир керек.

Эмди јаҥыс ла кӧптӧдӧӧчизи нульдарга токтогон пример алалык:

$$358 \cdot 23\,000.$$

Мынайда бичилгени—кажызы ла 358-ке тӱҥей болуп турган 23 000 кожулаачыны кожор керек дегени болуп јат.

Је 23 000 кожулаачыны кажызы ла 23 кожулаачыдаҥ турган 1000 тӱҥей группага бириктирерге јараар. Бир группада канча бирлер боло берерин билип аларга, 358-ти 23-ке катаптаар керек, оныҥ кийининде бастыра группаларда канча бирлер болорын билерге, бир группадагы бирлердиҥ тоозын 1000-га катаптаар керек (онойып эдерге бу тооныҥ оҥ јанына ӱч нуль бичиири јеткил). Действиени кӧп сабазында мынайда бичип тургузатан:

$$\begin{array}{r} 358 \\ \cdot\ 23000 \\ \hline 1074 \\ 716 \\ \hline 8234000 \end{array}$$

Калганчызында, берилген эки тоо экӱлези нульдарга токтогон пример алалык:

$$57\,000 \cdot 3200.$$

57 000-ды кандый бир тоого катаптаарга, 57-ни бу тоого катаптайла, болгон произведениениҥ оҥ јанына ӱч нуль бичип койор керек. Је 57-ни 3200-ке катаптаарга, 57-ни 32-ге катаптайла, произведениениҥ оҥ јанына эки нуль бичип койор керек. Оныҥ учун, **кӧптӧӧчиниҥ ле кӧптӧдӧӧчиниҥ учында нульдар**

турганда, нульдарга аjару салбай, катаптаарын бӱдӱреле, кӧптӧӧчиде ле кӧптӧдӧӧчиде jаба канча нульдар бар, анча ок нульдарды произведениезине бичип койор керек.

Действиени мынайда бичип тургузар:

$$\begin{array}{r} 57000 \\ \cdot\ 3200 \\ \hline 114 \\ 171 \\ \hline 182400000 \end{array}$$

53. Кӧптӧжӧӧчилердиҥ кубулганынаҥ произведениениҥ кубулары.

1) Кӧптӧдӧӧчини бир канча катапка кӧптӧтсӧбис, произведение де анча ок катапка кӧптӧӧр.

Онойдо,

$$15 \cdot 3 = 45$$

деп примерде кӧптӧдӧӧчини 4 катапка кӧптӧдип ийген болзобыс, $15 \cdot 12 = 180$ деп произведение болор. Јаҥы произведение азыйдагызынаҥ 4 катап кӧп болуп калган. Чындап та айткажын, ондый болор учурлу, нениҥ учун дезе баштапкы произведение мындый ӱч кожулаачыныҥ суммазы болуп јат:

$$15+15+15,$$

јаҥы произведение дезе—ондый ок 12 кожулаачыныҥ суммазы:

$$15+15+15+15+15+15+15+15+15+15+15+15.$$

Кожор действиениҥ бириктиреечи законын тузаланып, бис бу калганчы суммадагы кажы ла ӱч кожулаачыны бир группага бириктирип ийер аргалу:

$$(15+15+15)+(15+15+15)+(15+15+15)+(15+15+15),$$

ол тушта јаҥы произведение кажызы ла азыйгы произведениеге тӱҥей болуп турган 4 тооныҥ суммазына тӱҥей болоры јарт, ӧскӧртӧ айтса, јаҥы произведение азыйгы произведениеден 4 катап кӧп.

2) Кӧптӧӧчини бир канча катапка кӧптӧтсӧбис, произведение де анча ок катапка кӧптӧӧр.

Онойдо, ол ок примерде кӧптӧӧчини 6 катапка кӧптӧдип ийген болзобыс, $90 \cdot 3 = 270$ болор. Јаҥы произ-

ведение азыйдагызынаҥ 6 катап кӧп. Чындап та айткажын, ондый болор учурлу, нениҥ учун дезе, произведениени кубултпай туруп, кӧптӧӧчини ле кӧптӧдӧӧчини јерлериле солуштырар аргалу, кӧптӧдӧӧчини дезе бир канча катапка кӧптӧткӧнинеҥ произведение анча ок катапка кӧптӧп турганын бис бу јаҥы ла кӧргӧнибис.

1-кы ла 2-чи учуралдарда айдылганынаҥ мындый шӱӱлте чыгып јат:

3) Кӧптӧдӧӧчини эмезе кӧптӧӧчини бир канча катапка астатсабыс, произведение де анча ок катапка астаар.

Темдектезе:

$$20 \cdot 2=40;\ 10 \cdot 2=20;\ 5 \cdot 2=10 \text{ оноҥ до ары.}$$

Кӧптӧжӧӧчилер экӱлези јаҥыс ӧйдӧ кубулза, произведение кезик аразында кӧптӧй берер, кезик аразында астай берер эмезе кубулбай, ол ло бойы артып калар.

Кӧптӧжӧӧчилер экӱлези јаҥыс ӧйдӧ кубулганынаҥ произведениеле не боло берерин ажындыра билип аларга, озо баштап јаҥыс ла кӧптӧӧчи кубулган деп, оныҥ кийининде дезе кӧптӧдӧӧчи кубулган деп бодоор керек. Темдектезе, 15 · 6=90 деп произведениеде кӧптӧӧчини 3 катапка, кӧптӧдӧӧчини дезе 2 катапка кӧптӧдип ийелик:

$$15 \cdot 6=90;\quad 45 \cdot 12=?$$

Произведениеле не боло берерин билип аларга, бис мынайда шӱӱрибис: кӧптӧӧчини 3 катапка кӧптӧткӧнинеҥ произведение 3 катапка кӧптӧӧр, ӧскӧртӧ айтса, 90 эмес, 90+90+90 болор. Оныҥ кийининде кӧптӧдӧӧчини 2 катапка кӧптӧткӧнинеҥ произведение база 2 катапка кӧптӧӧр; айдарда, ол эмди мындый болор:

$$(90+90+90)+(90+90+90),$$

ӧскӧртӧ айтса, баштапкы произведениеге кӧрӧ, ол эки катап ӱч катапка, ӧскӧртӧ айтса, 6 катапка кӧптӧӧр.

Ол ок примерде кӧптӧӧчини 8 катапка кӧптӧдӧлӧ, кӧптӧдӧӧчини дезе 2 катапка астадып ийелик:

$$15 \cdot 6=90;\quad 120 \cdot 3=?$$

Кӧптӧӧчини 8 катапка кӧптӧткӧнинең произведение 8 катапка кӧптӧӧр, оның кийининде кӧптӧдӧӧчини 2 катапка астатканынаң дезе бу 8 катапка кӧптӧткӧн произведение 2 катапка астай берер. Онойдордо, бу эки катап кубултканының кийининде произведение јӱк ле 4 катапка кӧптӧӧр:

$$120 \cdot 3 = 360 = 90 \cdot 4.$$

4) Кӧптӧжӧӧчилердиң бирӱзин бир канча катапка кӧптӧдӧлӧ, экинчизин дезе анча ок катапка астадып ийзебис, произведение кубулбас, ненин учун дезе кӧптӧжӧӧчилердиң бирӱзин кӧптӧткӧнинең произведение кӧптӧй берер, экинчизин астатканынаң дезе ол произведение ойто астай берер. Темдектезе:

$$15 \cdot 6 = 90;\ 30 \cdot 3 = 90;\ 5 \cdot 18 = 90.$$

54. Кезик учуралдарда катаптаарын јеңилтери. Кӧптӧжӧӧчилер кубулганынаң произведениениң кубуларын билип тура, бис кезик аразында катаптаарын јеңилтер аргалу. Темтектезе, 438-ти 5-ке катаптаарга керек болзын. Кӧптӧдӧӧчини 2 катапка кӧптӧдип ийелик, ӧскӧртӧ айтса, 5-тиң ордына кӧптӧдӧӧчи эдип 10-ды алалык. Ол тушта произведение 4380 болор деп, тургуза ла таап аларыбыс.

Јe кӧптӧдӧӧчини 2 катапка кӧптӧдӧлӧ, бис произведениени база 2 катапка кӧптӧдип ийгенибис; онойткондо, бедиреп турган произведение 4380-нең 2 катап ас болор учурлу, ӧскӧртӧ айтса, ол 2190-го тӱңей болор.

База бу ок аайынча 25-ке катаптаарга керек болзо, бис ол тооны 100-ке катаптайла, болгон произведениени 4 катапка астадып ийер аргалу.

Кезик аразында јеңилинче катаптаарын оноң до јеңил эптерле бӱдӱргилеп јат. Темдектезе, 56-ны 11-ге катаптаарга керек болзын. 56-ны 10-го катаптазабыс, 560 болор; эмди 56-ны база 1 катап кожоры арткан; кожуп ийзебис, 616 болор.

Онойдо ок кандый ла тооны 19-ка катаптаарга јараар. Онойып эдерге ол тооны 20-ге катаптайла, кӧптӧӧчини айрып ийер керек.

55. Ӱч база оноң до кӧп кӧптӧжӧӧчилердиң произведениези. Бир канча тоолор берилген болзын, темдектезе, бистиң бичигенибис аайынча 7, 5, 3 ле 4.

Олордоҥ произведениени бис мынайда тургузалык: баштапкы тооны экинчи тоого катаптазабыс, 35 болор; 35-ти ӱчӱнчи тоого катаптазабыс, 105 болор; 105-ти тӧртӱнчи тоого катаптазабыс, 420 болор. 420 деп тоо 7, 5, 3 ле 4 деп кӧптӧжӧӧчилердиҥ произведениези деп адалат. Онойдо ок беш, алты база оноҥ до кӧп кӧптӧжӧӧчилердиҥ произведениезин таап алар аргалу.

Онойдо ээчий-деечий катаптап баратаныҥ темдектеп бичиирге, берилген тоолорды кандый аайынча катаптаарга керек, ондый ок аайынча бир јолго бичийле, олордыҥ ортозына катаптаарыныҥ темдегин тургузар. Онойдордо,

$$3 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 7 \text{ деп бичилгени}$$

мынайда бичилгенине тӱҥей:

$$[(3 \cdot 4) \cdot 2] \cdot 7,$$

ӧскӧртӧ айтса, ол 3-ти 4-кӧ катаптаарын, болгон произведениени 2-ге, бу калганчы произведениени дезе 7-ге катаптаарын кӧргӱзип јат.

56. Канча ла кире тоолу кӧптӧжӧӧчилерди катаптаарыныҥ солуштыраачы законы: кӧптӧжӧӧчилерди јерлериле солуштырганынаҥ произведение кубулбас. Бис 45 §-та бӱдӱмчиленип алган произведениениҥ свойствозы ӱч, тӧрт лӧ оноҥ до кӧп кӧптӧжӧӧчилердиҥ произведениезине чын болуп артып јат, ӧскӧртӧ айтса, кӧптӧжӧӧчилерди (олор канча да кире болзо) јерлериле солуштырганынаҥ произведение кубулбай јат.

Темдектезе, јаҥыс ла кӧптӧжӧӧчилердиҥ турган јерлериле башкаланган бу тӧмӧнги произведениелердиҥ кажызын ла бодоп ийзебис, ол ок 840 деп тоо болор:

$$2 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 7; \; 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 7; \; 4 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5; \; 7 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5.$$

57. Произведениениҥ кӧптӧжӧӧчилерин кандый ла группаларга бириктирерге јараар.

Темдектезе,

$$3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 2 \text{ деп}$$

произведениеде калганчы эки кӧптӧжӧӧчини бир группага бириктирелик: $3 \cdot 4 \cdot (5 \cdot 2)$, эмди оныҥ канча бо-

лорын бодоп ийелик: $3 \cdot 4=12$; $5 \cdot 2=10$; $12 \cdot 10=120$. Бис бу кӧптӧжӧӧчилерди группага бириктирбей де катаптаарыбыста, ол ок тоо болгон: $3 \cdot 4=12$; $12 \cdot 5=60$; $60 \cdot 2=120$.

Бу свойствоны катаптаарыныҥ *бириктиреечи законы* деп айдар.

Оны солуштыраачы законноҥ чыккан деп кӧрӧргӧ јараар. Чындап та айткажын, бис бу закон аайынча 5 ле 2 деп кӧптӧжӧӧчилерди произведениениҥ бажы јаар кӧчӱрип апарар аргалу, ӧскӧртӧ айтса, произведениени мынайда бичиир аргалу: $5 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4$. Бу мынайда бичилгенинде 5 ле 2 деп кӧптӧдӧӧчилер бир группаны бӱдӱрип јат, нениҥ учун дезе 56 §-та айдылган ээжи аайынча $(5 \cdot 2) \cdot 3 \cdot 4$ деп бичилгени $(5 \cdot 2) \cdot 3 \cdot 4$ деп произведениени кӧргӱзип јат. Эмди бу группаны арткан кӧптӧжӧӧчилердиҥ кажызыныҥ ла јериле солуштырарга јараар. Айдарда.

$$(5 \cdot 2) \cdot 3 \cdot 4=3 \cdot (5 \cdot 2) \cdot 4=3 \cdot 4 \cdot (5 \cdot 2).$$

Катаптаарыныҥ бириктиреечи законын текши бӱдӱмиле (ӱч кӧптӧжӧӧчиге) мынайда бичиирге јараар:

$$abc=(ab)c=a(bc).$$

58. Произведениеге канайда катаптаар ла произведениени канайда катаптаар. 1) Кандый ла тооны 30-ка катаптаарга керек болзо (ӧскӧртӧ айтса, $3 \cdot 10$ деп произведениеге), кӧптӧӧчини 3-ке катаптайла, оныҥ кийининде болгон тооны 10-го катаптаар; онойып ок кандый ла тооны 400-ке катаптаарга (ӧскӧртӧ айтса, $4 \cdot 100$ деп произведениеге), ол тооны 4-кӧ катаптайла, болгон тооны 100-ке катаптаар деп, бис 50 §-та кӧргӧнибис. Кажы ла кӧптӧдӧӧчиге мынайып алдынаҥ башка ээчий-деечий катаптаары тӧрт, беш ле оноҥ дӧ кӧп кӧптӧдӧӧчилердиҥ произведениезине јараар. Онойдо,

$$7 \cdot (3 \cdot 5 \cdot 8)=7 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 8=[(7 \cdot 3) \cdot 5] \cdot 8,$$

нениҥ учун дезе 57 § аайынча 3, 5 ле 8 деп кӧптӧдӧӧчилерди бир группага бириктирер аргалу. Онойдордо,

произведениеге катаптаарга, озо баштап баштапкы кӧптӧжӧӧчиге катаптаар, оныҥ кийининде болгон произведениени экинчи кӧптӧжӧӧчиге катаптаар, оныҥ кийининде ӱчӱнчизине база оноҥ до ары онойып ок катаптап барар.

2) $7 \cdot 3 \cdot 4$ деп произведениени 8-ке катаптаарга керек болзын. Озо баштап $7 \cdot 3 \cdot 4$ деп произведениени (ол 84 болор) бодоп алала, оны 8-ке катаптаар ордына (672 болор), бис 8-ке 7, 3, 4 деп кӧптӧжӧӧчилер-

диҥ бирӱзин катаптайла, арткандарын дезе кубултпай артырар аргалу, оныҥ кийининде олорды да катапташтырып ийерибис. Темдектезе, 8-ке 3 деп кӧптӧжӧӧчини катаптап ийелик. Ол тушта мындый болор: $7 \cdot (3 \cdot 8) \cdot 4 = 7 \cdot 24 \cdot 4 = 672$; бу азыйдагыдый ок тоо болор.

Онойдордо,

произведениени кандый бир тоого катаптаарга, ол тоого кӧптӧжӧӧчилердиҥ бирӱзин катаптайла, арткандарын кубултпай артырып койор аргалу.

Онойдо:

$(5 \cdot 4 \cdot 8) \cdot 3 = (5 \cdot 3) \cdot 4 \cdot 8 = 5 \cdot (4 \cdot 3) \cdot 8 = 5 \cdot 4 \cdot (8 \cdot 3) = 480$.

Бу ээжи солуштыраачы ла бириктиреечи закондордоҥ чыккан шӱӱлте болуп јат.

59. Сумманы кандый бир тоого канайда катаптаар. Бис мыныҥ алдында (48 §-та) 846 деп тооны (ӧскӧртӧ айтса, 6 бирдиҥ, 4 онныҥ ла 8 јӱстиҥ суммазын) 5-ке катаптаарыбыста, бис 5-ке бирлерди, ондорды, јӱстерди алдынаҥ башка катаптайла, болгон тоолорды кожуп турганыбыс. Сумманы кандый бир тоого катаптаарга турганыбыста, качан да болзо онойдо ок эдерге јараар. Темдектезе, $10+7+5+9$ деп сумманы 3-ке катаптаарга керек болзын. Онызы мындый сумманы табарга керек дегени болуп јат:

$$(10+7+5+9)+(10+7+5+9)+(10+7+5+9).$$

Јe сумманы кожорго, кажы ла кожулаачыны алдынаҥ башка ээчий-деечий кожуп ийер аргалу (21 §). Оныҥ учун бу јаҥы ла бичилген сумма мындый суммала солунар аргалу:

$$10+7+5+9+10+7+5+9+10+7+5+9.$$

Бу сумманыҥ кожулаачыларын группаларга мынайда бириктирелик:

$$(10+10+10)+(7+7+7)+(5+5+5)+(9+9+9),$$

$$10 \cdot 3+7 \cdot 3+5 \cdot 3+9 \cdot 3.$$

Мынайда шӱӱрин кандый ла ӧскӧ тоолорго келиштире такып кӧргӱзерге јараар.

Онойдордо,

сумманы кандый бир тоого катаптаарга, ол тоого кажы ла кожулаачыны алдынаҥ башка катаптайла, болгон произведениелерин кожуп ийерге јараар.

Кӧптӧжӧӧчилерди јерлериле солуштырганынаҥ произведение кубулбай турганда, бу ээжиденг мындый шӱӱлте чыгар:

кандый бир тооны суммага катаптаарга, ол тоого кажы ла кожулаачыны алдынаҥ башка катаптайла, болгон произведениелерин кожуп ийерге јараар.

3826-ны 472-ге (51 §-та) катаптаарыбыста, ӧскӧртӧ айтса, 2+70+400 деп суммага катаптаарыбыста, бис шак онойдо ок эткенибис.

Бу свойство катаптаарыныҥ *ӱлештиреечи законы* деп адалып јат (кожорына кӧрӧ), ненинг учун дезе бу закон аайынча суммала бӱдӱрип турган катаптаарын башка-башка кожулаачылардыҥ ортозында ӱ л е п и й е р г е јараар.

Текши бӱдӱмиле бу свойствоны, мынайда бичип кӧргӱзерге јараар:

$$(a+b+c+...)m=am+bm+cm+...,$$

эмезе

$$m(a+b+c+...)=ma+mb+mc+....$$

Ајару. Алаҥзулу шӱӱлтелер болбозын деп, $am+bm+cm+...$ деп бичилгенин $(am)+(bm)+(cm)+...$ деп бичиир керек эди.

Је бичиирин кыскартарга, бичилгенинде кожор, айрыыр, катаптаар действиелер кӧргӱзилген бололо, скобкалар дезе јок болзо, ол тушта озо баштап катаптаарын, оныҥ кийининде кожорын ла айрыырын бӱдӱрер деп јӧптӧшкӧн. Ол тушта $am+bm+cm+...$ деп бичилгенинде действиелерди кандый аайынча бӱдӱретени скобкалар јокко до јарт болор.

VII. ӰЛЕЕРИ.

60. Бис бу ӧйгӧ јетире бастыра кӧптӧжӧӧчилерди берилген деп, произведениени дезе табатан деп бодоп турганыбыс. Је сӱреен кӧп бодолголордо, ойто кайра, эки тооныҥ произведениези берилет, бу тоолордыҥ бирӱзи дезе јарты јок болуп јат.

1-кы бодолго. *Класста кажы ла ӱренчикке 3 тетрадьтаҥ 75 тетрадь ӱлеп бергендер. Класста канча ӱренчик?*

Бир ӱренчиктиҥ алган тетрадьтарыныҥ тоозын (ӧскӧртӧ айтса, 3-ти) ӱренчиктердиҥ јарты јок тоозына

катаптап ийзебис, бис ӱлеп берген тетрадьтардыҥ текши тоозын (ӧскӧртӧ айтса, 75-ти) таап алар учурлу. Онойдордо, мында произведение (75) ле кӧптӧжӧӧчилердиҥ бирӱзи (3) берилген, экинчи кӧптӧжӧӧчини дезе таап алар керек. Ӱренчиктердиҥ јарты јок тоозы 25, нениҥ учун дезе 3 · 25=75.

2-чи бодолго. *Класста* 30 *ӱренчик. Олорго тептеҥнеҥ* 120 *лист чаазынды ӱлеп берзе, кажы ла ӱренчик канча лист чаазын алар?*

Кажы ла ӱренчиктиҥ алган листтериниҥ јарты јок тоозын ӱренчиктердиҥ тоозына (30-ка) катаптап ийзебис, бис ӱлеген листтердиҥ текши тоозын таап алар учурлу (ӧскӧртӧ айтса, 120-ни). Онойдордо, мында база ла произведение (120) ле кӧптӧжӧӧчилердиҥ бирӱзи (30) берилген, экинчи кӧптӧжӧӧчини дезе таап алар керек. Кажы ла ӱренчик 4 листтеҥ алар, нениҥ учун дезе 4 · 30=120.

61. *Эки кӧптӧжӧӧчиниҥ произведениезиле база олордыҥ бирӱзиле экинчи кӧптӧжӧӧчини таап алар действиени ӱлеери деп адап јат.*

Бу тушта берилген произведениени ӱлелеечи деп айдар, берилген кӧптӧжӧӧчини *ӱлеечи* деп айдар, табатан кӧптӧжӧӧчини дезе *частный* деп айдар.

Баштапкы бодолгоны бодоорго, 75-ти 3-ке ӱлеер керек; мында ӱлелеечизи 75, ӱлеечизи 3, частныйы 25.

Экинчи бодолгоны бодоорго, 120-ни 30-ка ӱлеер керек; мында ӱлелеечизи 120, ӱлеечизи 30, частныйы 4.

Ӱлеерин эмезе ӱлелеечини ле ӱлеечини бӧлӱп турган темдекле (:) бичип кӧргӱзер (ӱлелеечини сол јанына, ӱлеечини оҥ јанына тургузар), эмезе база онойдо ок ӱлелеечини ле ӱлеечини бӧлӱп турган горизонтальный чийӱле бичип кӧргӱзер (ӱлелеечини чийӱниҥ ӱстӱне, ӱлеечини дезе чийӱниҥ алдына тургузар). Онойдордо,

$$75:3=25, \quad \frac{75}{3}=25$$

деп тӱҥейликтердиҥ кажызы ла 75-ти 3-ке ӱлеер тушта частныйы 25 болорын кӧргӱзип јат.

62. *Ајару.* Кӧптӧжӧӧчилерди јерлериле солуштырганынаҥ произведение кубулбай турганда (катаптаарыныҥ солуштыраачы законы), эки кӧптӧжӧӧчиниҥ—кӧптӧӧчизи де, кӧптӧдӧӧчизи де болзын—кажызы јарт, кажызы табылатаны—тӱҥей ле, ӱлеер тушта онызына ајару салбай јат. Је бис бодоп турган бодолгоныҥ прец-

метный учурын шӱӱлтеге аларга турган болзобыс, ӱлеер тушта ол сыраҥай башка да болордоҥ маат јок. Онойдо, баштапкы бодолгодо, 75 (тетрадь) болзын деп, 3-теҥ (тетрадьтаҥ) к а н ч а к а т а п алатанын таап аларга керек болуп јат; мында көптӧӧчи (3) берилген, көптӧдӧӧчини дезе таап алар керек. Экинчи бодолгодо ойто кайра, 120 (лист) болзын деп, к а н д ы й т о о н ы (лист чаазындарды) 30 катап а л а т а н ы н таап алар керек; мында 30 деп көптӧдӧӧчи берилген, көптӧӧчини дезе таап алар керек.

Онойдордо, бир ле јаҥыс арифметический действиеле—ӱлеериле—учуры аайынча эки башка бодолголор бодолып јат деп айдарга јараар.

63. Нульга ӱлеерге јарабас. Канайда да ӱлеер тушта, нульдаҥ ӧскӧ, учураган ла тоо ӱлеечи болуп турар аргалу. *Нульга ӱлеерге јарабас.*

Нениҥ учун ондый болуп турганын кӧрӧлик. Ӱлелеечи нуль эмес, учураган ла ӧскӧ тоо, темдектезе, 5 деп тоо болзо, оны нульга ӱлеер дегени—нульга катаптаган кийининде 5-ке тӱҥей болотон тооны табар дегени болуп јат; је ондый тоо јок, нениҥ учун дезе кандый ла тооны нульга катаптаган кийининде ойто ло нуль болор. Ӱлелеечи база нуль болзо, ӱлеерге јараар, је частный болуп кандый ла тоо турар аргалу, нениҥ учун дезе бу учуралда кандый ла тооны ӱлеечиге (0) катаптаганынаҥ ӱлелеечи болор (ӧскӧртӧ айтса, ойто ло нуль болор); онойдордо, бу учуралда ӱлеер арга бар да болзо, је сок јаҥыс чокум частный болбой јат.

Оныҥ учун нульдыҥ ӱлеечи болуп турар аргазы јок.

64. Артканду ӱлелери. Бир тооны экинчизине ӱлеер аргалу деп јаантайын айдарга келишпес. Темдектезе, 27-ни 6-га ӱлеп болбос, нениҥ учун дезе 6-га катаптаган кийининде 27 болгодый бӱдӱн тоо јок. 27 6-га ӱ л е л б е й ј а т деп айдатан.

Темдектезе, бис 27 тетрадьты теп-теҥнеҥ алты ӱренчикке ӱлеп берерге турган болзобыс, онойып эдип болбозыбыс; бис ӱренчиктерге 4 тетрадьтаҥ ӱлеп берер аргалу, онызы 24 тетрадь болор; бу тушта 3 тетрадь артып калар.

Бу да учуралда 27-ни 6-га ӱлеери керегинде айдар деп јӧптӧжип алгандар; азыйдагы ок аайынча 27-ни ӱлелеечи деп, 6-ны ӱлеечи деп айдар эткен; 4 деп тооны *толбос частный* деп, 3-ти дезе *ӱлегениненг артканы* деп айдар. Ӱлеерин бойын бу учуралда *артканду ӱлелери* деп айдыжадылар. Онойдордо:

ӱлеечиге катаптаза, ӱлелеечиден ашпас произведение болуп турган эҥ јаан тооны артканду ӱлелер тужунда толбос частный деп айдар. Ӱлелеечи ле бу произведение ортодогы разностьты ӱлегенинеҥ болгон арткан деп айдар.

Мынаҥ кӧргӧндӧ, *арткан ӱлеечиден качан да ас болор учурлу.*

Артканду ӱлелерин мынайда бичиирге јараар:

$$27:6=4 \text{ (арткан 3)}.$$

Артканду ӱлелерине база примерлер:

$$\frac{32}{5}=6 \text{ (арткан 2)}, \quad 100:9=11 \text{ (арткан 1)}.$$

65. Бӱдӱн тоолорды ӱлеериниҥ текши ээжизи. Бӱдӱн тоолор јанынаҥ арткан јок ӱлелерине мындый текши ээжи (определение) берерге јараар: *a деп тооны* (ӱлелеечини) *b деп тоого* (ӱлеечиге) *ӱлеер дегени—*

$$a=bq+r \text{ база } r<b$$

деп бичилгенине јарагадый q (частный) *база r* (арткан) *деп эки тооны табар дегени болуп јат.*

$a=bq+r$ деп тӱҥейлик

$$a=\overbrace{(b+b+b+\ldots+b)}^{q \text{ кожулаачылар}}+r$$

деп бичилгенин кӧргӱзип турганда, ол ок ӧйдӧ $r<b$ болуп турганда, q деп частный ӱлелеечиге ӱлеечи кандый эҥ јаан тоо катап киргенин кӧргӱзип турганы јарт.

b деп ӱлеечи нульга тӱҥей эмес болзо, онойдо јартталган ӱлеер действие качан да болор аргалу база оноҥ сок јаҥыс частный болор деп билип аларга јеҥил. Чындап та айткажын:

1) $a<b$ болзо, $q=0$ база $r=a$, ого ӱзеери, јаҥыс ла бу эжер тоолор ӧрӧги текши ээжиге јарап јат;

2) $a=b$ болзо, $q=1$ база $r=0$, ого ӱзеери, кандый да ӧскӧ эжер тоолор ээжиге јарабай јат; калганчызында,

3) $a>b$ болзо, q деп частный, бистиҥ кӧргӧнибисле болзо, b деп ӱлеечи a деп ӱлелеечиге кандый эҥ јаан тоо катап кирип турганын кӧргӱзип јат; оныҥ учун, b нульга тӱҥей эмес ле болзо, бу частный качан да болор база ол сок јаҥыс болотоны јарт; је ол тушта r деп арткан да болор (ол $a-bq$ деп разностько тӱҥей) база ол сок јаҥыс тоо болор.

b деп тоого ӱлегенинеҥ арткан болуп 0, 1, 2, ..., $b-1$ деп ээчий-деечий турган тоолордыҥ кажызы ла болор аргалу деп темдектейлик.

Мынаҥ кӧргӧндӧ, b деп тоого ӱлегенинеҥ болгодый башка-башка артқандардыҥ тоозы b-ге тӱҥей.

66. Ӱлеерин катаптаарыла тӱҥдештирери. Эки тооны катаптаар тушта олордыҥ произведениезин таап јат, (артканы јокко) ӱлеер тушта дезе произведение берилип јат, оныҥ ордына катаптаарда берилип турган тооны (кӧптӧӧчини эмезе кӧптӧдӧӧчини) таап аларга керек болуп јат. Айдарда, *ӱлеери катаптаарына кайра эдилер действие болуп јат* (онойдо ок катаптаары ӱлеерине кайра эдилер действие).

Ӱлеер тушта артканы бар болгондо, ӱлелеечи ӱлеечиниҥ ле частныйдыҥ произведениезине тӱҥей эмес, бу произведениениҥ ле артканыныҥ суммазына тӱҥей. Темдектезе, $27 = 6 \cdot 4 + 3$.

67. Ӱлеериниҥ болужыла бодолып турган бодолголор. Бодоор тушта ӱлеерин тузаланатан бир канча типичный бодолголор кӧрӧлик.

1) *Јаан тоого кичинек тоо канча катап кирип турганын билип алар керек тужунда*, эмезе, онызы база ондый ок, *бир тоо экинчизинеҥ канча катап кӧп эмезе ас болуп турганын билип аларга керек тужунда*; темдектезе, 20 салковойго 5 салковой канча катап кирип турганын табар тушта.

2) *Берилген тооны бир канча тӱҥей ӱлӱлерге ооктоорго керек тужунда*; темдектезе, 60 лист чаазынды 12 тӱҥей ӱлӱге ӱлеер тужунда (кыскарта айтса: 60 лист чаазынныҥ он экинчи ӱлӱзин табар тушта).

3) *Берилген тооны бир канча катапка астадарга керек тужунда*, нениҥ учун дезе 60 лист чаазынды, темдектезе, 12 катапка астадар дегени—60 лист чаазынныҥ ордына 60 листтиҥ он экинчи ӱлӱзин алар дегени болуп јат.

68. Ӱлеерин кожоры, айрыыры ла катаптаары ажыра бӱдӱрер аргалу. Темдектезе, 212-ни 53-ке ӱлеерге керек болзын. Бедиреген частныйды бис мынайда таап алар аргалу:

1) Кожоры ажыра:

$$53+53=106; \quad 106+53=159; \quad 159+53=212.$$

212 боло берзин деп, 53-ти кожулаачы эдип 4 катап алар керек эмтир; айдарда, бедиреген частный 4.

2) Айрыыры ажыра:

$$\begin{array}{r} 212 \\ -\ 53 \\ \hline 159 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 159 \\ -\ 53 \\ \hline 106 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 106 \\ -\ 53 \\ \hline 53 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 53 \\ -\ 53 \\ \hline 0 \end{array}$$

53-ти 212-деҥ 4 катап айрыыр аргалу эмтир; айдарда, бедиреген частный 4.

3) Катаптаары ажыра:

$$53 \cdot 2 = 106; \quad 53 \cdot 3 = 159; \quad 53 \cdot 4 = 212.$$

Бедиреген частный 4.

Јe частныйы јаан тоо болзо, бу аргалар эптӱ эмес; арифметика оноҥ јеҥил эп-арга айдып берет, бис оны эмди кӧрӧрибис.

69. Частный јаҥыс темдектӱ тоо болорын канайып билип алар. Онызын билип аларга ӱлеечини 10-го (сагышта) катаптап ийеле, болгон произведениени ӱлеечиле тӱҥдештирер керек.

1-кы пример. $534:68=?$

68-ти 10-го катаптап ийзебис (ӧскӧртӧ айтса, 68-тиҥ оҥ јанына нуль бичип ийзебис), 680 болор; јe 534 680-неҥ ас; оныҥ учун частный 10-ноҥ ас болор учурлу; айдарда, ол јаҥыс темдектӱ тоо болор учурлу.

2-чи пример. $534:37=?$

37-ни 10-го катаптап ийзебис, 370 болор; јe 534 370-неҥ кӧп; оныҥ учун частныйдыҥ 10-ноҥ ас болор учуры јок; айдарда, частный јаҥыс темдектӱ тоо болбос.

70. Јаҥыс темдектӱ частныйды табары. Ӱлеечи база јаҥыс темдектӱ ле ӱлеечи кӧп темдектӱ болор эки учуралды кӧрӧлик.

1) **Ӱлеечи ле частный экӱлези јаҥыс темдектӱ тоолор болгондо, частныйды катаптаарыныҥ таблицазыла табар.** Темдектезе, 56-ны 8-ке ӱлезе, частныйы 7 болор, нениҥ учун дезе 7 катап 8 шак ла 56 болор;

42-ни 9-ка ӱлезе, частный 4 болор, нениҥ учун дезе 4 катап 9 36 болор, ол 42-деҥ ас, 5 катап 9 дезе 45 болор, ол 42-деҥ јаан; айдарда, частный эдип 4-ти алар керек, ол тушта артканы $42-36=6$ болор.

2) **Ӱлеечи бир канча цифралардаҥ, частный дезе бир цифрадаҥ турганда, бу частныйды бир эмезе бир канча цифраларды ченеп кӧргӧниле табар.**

Пример.

$$43530:6837.$$

Элдеҥ ле озо 69 §-та айдылган эпти тузаланып,

частный јаҥыс темдектӱ тоо деп јартына чыгарыбыс. Оның кийининде ӱлеечиде, сол јанынаҥ баштапкы цифрадаҥ башка,ончо цифраларды санаада таштап ийерибис, öскöртö айтса, ӱлеечиде јӱк ле 6 муҥды артырарыбыс. Ӱлелеечиде оҥ јанынаҥ ала, ӱлеечиде канча цифра таштаганыбыс, анча ок цифраны санаада таштап ийелик, öскöртö айтса, ӱлелеечиде јӱк ле 43 муҥды артырып койолык. Эмди бойыбыска мындый сурак береликтер: 43 эмезе 43-теҥ ас, је 43-ке анчадала јуук тоо болзын деп, 6-ны кандый тоого катаптаар керек? Ондый тоо 7 болор деп, катаптаарыныҥ таблицазынаҥ табарыбыс, ненинг учун дезе 7 катап 6 42 болор, 8 катап 6 дезе 48. Айдарда, бедиреген частный 7 эмезе 7-деҥ ас болор учурлу (7-деҥ ас болор учуры мындый: бис ӱлелеечидеҥ ле ӱлеечидеҥ бир канча цифраларды алып таштап койгоныбыс). Ченеерин 7 деп тоодоҥ баштайлыктар. Онойып эдерге 6837-ни 7-ге катаптап ийелик; 43530-таҥ јаан тоо боло берзе, 7 деп тоо јарабас; ол тушта оноҥ ас 6 деп тооны ченеп кöрöрибис:

$$
\begin{array}{r} 6837 \\ \cdot\quad 7 \\ \hline 47859 \end{array}
\qquad
\begin{array}{r} 6837 \\ \cdot\quad 6 \\ \hline 41022 \end{array}
\qquad
\begin{array}{r} -43530 \\ 41022 \\ \hline 2508 \end{array}
$$

6837 · 7 деп произведение 43530 деп тоодоҥ јаан болуп калтыр, 6837 · 6 деп произведение дезе бу тоодоҥ ас болуп јат; айдарда, частный 6 болор учурлу, ол айас арканы дезе 2508 болор.[1]

Ајару. Кезик учуралдарда ченеерге баштапкы цифраны öскö эпле табарга јеҥил болуп јат. Бистиҥ алган примерде 6837 деп ӱлеечи 7 муҥнаҥ ас башкаланып турганын кöрӱп алала (кандый да болзо, 6 муҥга кöрö, ас башкаланат), кандый тооны 7-ге катаптаза, 43-ке анчадала јуук тоо болорын билип аларыбыс. Катаптаарыныҥ таблицазы аайынча ондый тоо 6 болор

---

[1] Ишти кыскартарга, ченеп турган цифраны частныйында бичийле, ого бастыра ӱлеечини катаптаар ордына, кезик аразында цифрага ӱлеечиниҥ јӱк ле баштапкы 2 цифразын сагышта катаптайла, болгон произведениени ӱлелеечиниҥ ондый ок разрядтарыла тӱҥдештирерге эптӱ болуп јат.

деп табарыбыс. Айдарда, частный 6 эмезе 6-даҥ јааҥ болор учурлу (нениҥ учун дезе ӱлеечи 7 муҥнаҥ ас). Ченеерин 6 деп тоодоҥ баштайлыктар. Онойып эдерге ӱлеечини 6-га катаптайла, произведениени ӱлелеечиденҥ айрып ийелик; 6837-деҥ кӧп артса, 6 деп тоо ас болор, ол тушта 7 деп тооны ченеп кӧрӧр керек; 6837-деҥ ас артса, 6 деп тоо чын табылган. Артканы 2508 болуп калган; айдарда, 6 деп тоо чын табылган.

Ӱлеечиниҥ экинчи цифразы 5-теҥ јаан болгондо, онойып эдерге тузалу. Темдектезе, 6837 деп ӱлеечи, оныҥ экинчи цифразы 5-теҥ кӧп болгон шылтузында, 7000-га 6000-наҥ јуук болуп јат.

71. Текши учуралда частныйды табары. 64528-ти 23-ке ӱлеерге керек болзын. Канча ла кирези јарт болорына бу действиени 64528-ти 23 тӱҥей ӱлӱге ооктооры деп кӧрӱп туралык.

1) Озо баштап бистиҥ тоодоҥ 64 муҥды алала, оны 23 тӱҥей ӱлӱге ооктоп ийерге ченежип кӧрӧликтер: кажы ла ӱлӱге 2 муҥнаҥ келижер, база ӱлелбеген 18 муҥ артып калар.

2) Бу артып калган 18 муҥ 180 јӱс болуп јат; берилген тоодогы 5 јӱсти база олорго кожуп ийеликтер; эмди боло берген 185 јӱсти ойто ло 23 тӱҥей ӱлӱге ооктоп ийерге ченежип кӧрӧликтер; кажы ла ӱлӱге 8 јӱс келижер база 1 јӱс ӱлелбей артып калар.

3) Бу артып калган 1 јӱс 10 он болуп јат; бистиҥ алган тоодогы 2 онды база олорго кожуп ийеликтер; боло берген 12 онды дезе 23 тӱҥей ӱлӱге ооктоорго ченежип кӧрӧрибис, бу тушта алдынаҥ башка кажы ла ӱлӱге бир де он келишпей јат, бастыра 12 он ӱлелбей артып калар.

4) Бу арткан 12 он 120 бир болуп јат; бистиҥ тоодогы 8 бирди база олорго кожуп ийеликтер. Болгон 128 бирди 23 тӱҥей ӱлӱге ооктоп ийерге ченежип кӧрӧрибис; бу тушта кажы ла тӱҥей ӱлӱге 5 бир келижер. 13 бир дезе ӱлелбей артып калар.

Онойдордо, кажы ла ӱлӱге 2 муҥ, 8 јӱс ле 5 бир келижер, 13 бир дезе ӱлелбей артып јат. Айдарда, 64528-ти 23-ке ӱлегениненҥ болгон частныйы 2805, артканы дезе 13 болор.

Бу тушта действиелерди мынайда бичип тургузатан:

```
64528 | 23
46       2805
---
 185
 184
 ---
  128
  115
  ---
   13
```

Бу тушта кӧрӱп турубыс: 1) ээчий кожулып, частныйды бӱдӱрип турган тоолор башка-башка разрядтардыҥ бирлери болуп јат (2 муҥ 8 јӱс 0 он 5 бир); оныҥ учун, олордыончозын алдынаҥ башка бичиир ордына (2000+800+5), разрядтардыҥ цифраларын ээчий-деечий ле бичип койор аргалу; је ӱлеер тушта учурлу цифра болбой калганда, нульды кажы ла сайын тургузар керек (бистиҥ примерде ондор); 2) кандый бир ӱлегениненҥ артканы болзо (темдектезе, бистиҥ учуралда баштапкы катап ӱлегениненҥ 18 арткан), оны оноҥ јабыс разрядка ооктоорго ло ӱлелеечидеги бу разрядтыҥ бирлеринин тоозын кожорго, бис ӱлелеечиниҥ келижип турган цифразын „тӱжӱрип ийер“ аргалу (бистиҥ примерде 5), оны онойып тӱжӱреле, бистиҥ примерде пунктирле кӧргӱзилгени аайынча, артканыныҥ оҥ јанына бичип койор.

Бир кезек таскамыр бар тушта бу јеҥилтелердиҥ шылтузында ӱлеерин сӱрекей тӱрген бӱдӱрер аргалу.

Ӱлееринин база ӱч примери:

```
1470035 | 7           3480000 | 15
14        210005      30        232000
--                    --
  7                    48
  7                    45
-------                --
   0035                 30
     35                 30
   ----               -----
      0                  000
```

```
130987 | 929
 929     140
----
 3808
 3716
 ----
  927
```

72. Јаҥыс темдектӱ тоого кыскарта ӱлеер эп-арга. Ӱлеечи јаҥыс темдектӱ тоо болгондо, бичиирин кыскартарга, јаҥыс ла арткандарын бичип, бастыра айрыырын сагышта бӱдӱрип турарга ӱренип алганы тузалу болор.

Темдектезе, мынайда:

```
563087 | 6          эмезе оноҥ кыскарта: 563 087 | 6
 23    | 93847                                5  | 93847
  50
   28
    47
     5
```

Мында чийӱниҥ алдындагы 5 деп цифра калганчы артканын кӧргӱзип јат.

73. Ӱлеечи учында нульдарлу болор учурал. Ӱлеечи учында бир нульду эмезе бир канча нульдарлу болгондо, ӱлеерге оноҥ јеҥил болуп јат. Озо баштап ӱлеечи нульдарлу бир болуп турган учуралды алалыктар. Кандый бир тооны 10-го, 100-ке, 1000-га ла оноҥ до ары барган ондый тоолорго ӱлеер дегени — бу тоого ондор, јӱстер, муҥдар ла оноҥ до ары барган тоолор канча катап кирип турганын билип алар дегени болуп јат. Је ол бистиҥ азыйда (13 §-та) кӧргӱскен нумерацияныҥ ээжизи аайынча јеҥил табылат. Темдектезе:

54634 : 10=5463 (артканы 4)
54634 : 1000=54 (артканы 634).

Ээжи. **Тооны нульдарлу бирге ӱлеерге, ӱлеечиде канча нульдар бар, анча ок цифраларды ӱлелеечиниҥ оҥ јанынаҥ бӧлӱп салар; ол тушта ӱлелеечиниҥ арткан цифралары частный болуп јат, бӧлӱп салгандары дезе артканы болор.**

Эмди ӱлеечи учында нульдарлу кандый бир тоо болуп турган учуралды алып кӧрӧликтер; т е м д е к т е з е:

```
389224 | 7300
365    | 53
 242
 219
  2324
```

Ӱлеечи 73 јӱс болуп јат. 73 јӱс ӱлелеечиге канча катап кирип турганын билип аларга, оны эки бӧлӱкке ӱлейлик: јӱстерге ле бирлерге. Баштапкы бӧлӱги—3892 јӱс, экинчи бӧлӱги—24 бир. 73 јӱс бу бӧлӱктердиҥ јӱк ле бирӱзине, шак ла јӱстерге, кирер аргалу.

Јe 73 кандый бир бирлер 3892 ондый ок бирлерге канча катап кирип јат, анча ок катап 73 јӱс 3892 јӱске кирер. Оныҥ учун бис 3892-ни 73-ке ӱлеп, олор јӱстер болуп турганына ајару салбай јадыбыс.

Ӱлейле, 73 јӱс 3892 јӱске 53 катап кирип турганын ла 23 јӱс дезе артып турганын табарыбыс. 23 јӱске ӱлелеечиниҥ 24 бирин кошсобыс, 2324 болор; бу тоого 73 јӱс бир де катап кирбей јат; онойткондо, 2324 артканы болор.

Ӱлелеечизи де, ӱлеечизи де нульдарга токтогон база бир пример:

```
35000 | 7300
292   |-----
----- |  4
 5800
```

Ээжи. **Ӱлеечи учында нульдарлу болзо, оныҥ нульдарын санаада таштап ийеле, ӱлеечиде канча нульдар ташталган эди, ӱлелеечиде анча ок цифраларды оҥ јанынаҥ санаада таштап ийер; арткан тоолорды ӱлейле, ӱлеерде артканына ӱлелеечиниҥ ташталган цифраларын тӱжӱрип јат.**

74. Катаптаганын шиҥжӱлеп кӧрӧри. Кӧптӧжӧӧчилерди јерлериле солуштырганынаҥ произведение кубулбай турганда, катаптаганын шиҥжӱлеп кӧрӧргӧ, кӧптӧдӧӧчини ойто кӧптӧӧчиге катаптап, катаптаарын экинчи катап бӱдӱрер аргалу.

Темдектезе:

Катаптаары:	Шиҥжӱлеп кӧрӧри:
532	145
· 145	· 532
2660	290
2128	435
532	725
77140	77140

Эки произведение экӱлези тӱҥей болуп калды; онойткондо, действиени чын бӱдӱргени јарт.

Катаптаганын ӱлээриле де шиҥжӱлеп кӧрӧргӧ јараар. Онойып эдерге болгон произведениени кӧптӧжӧӧчилердиҥ бирӱзине ӱлээр керек; частныйында экинчи кӧптӧжӧӧчи боло берзе, катаптаарын чын бӱдӱрген деп айдарга јараар.

75. Ӱлегенин шиҥжӱлеп кӧрӧри. Ӱлелеечи частныйга катаптаган ӱлеечиге (бар болзо, плюс артканына) тӱҥей болор учурлу дегенине тайанып, ӱлегенин катаптаарыла шиҥжӱлеп кӧрӧргӧ јараар. Темдектезе:

```
Ӱлеери: 8375 |42   Шиҥжӱлеп кӧрӧри:   199
        42   |199                    · 42
        417                           398
        378                          796
         395                         8358
         378                       +   17
          17                         8375
```

Бис 199 деп частныйды 42 деп ӱлеечиге катаптайла, болгон произведениеге 17 деп артканын кожуп ийгенибис. Мыныҥ кийининде ӱлелеечиге тӱҥей тоо боло бергенде, ӱлеерин чын бӱдӱрген деп айдарга јараар.

Ӱлеерин артканы јок бӱдӱрген болзо, оныҥ чынын ӱлээриле де шиҥжӱлеп кӧрӧргӧ јараар. Чындап та айтса, ӱлелеечи ӱлеечиниҥ ле частныйдыҥ произведениези болуп турганда, ӱлелеечини частныйга ӱлезе, ӱлеечи боло берер учурлу. Темдектезе:

```
Ӱлеери: 544 |17   Шиҥжӱлеп кӧрӧри:   544 |32
        51  |32                      32  |17
         34                          224
         34                          224
          0                            0
```

76. Произведениеге канайып ӱлеер. 60-ды $5 \cdot 3$ деп произведениеге, ӧскӧртӧ айтса, 15-ке ӱлеерге керек болзын. Онойып эдерге 60-ды 5-ке ӱлейле, болгон частныйды 3-ке ӱлеер керек.

$$60 : 5 = 12; \qquad 12 : 3 = 4.$$

Ӱлеерин бис ӱлелеечини тӱҥей ӱлӱлерге ооктоор действие деп кӧрзӧбис, ненинг учун эки катап (5-ке ле 3-ке) ӱлеген кийининде мындый частный болотоны ончозынаҥ јеҥил јарталып јат. Ол тушта бис мынайда айдар аргалу: баштапкы ӱлеериле (5-ке) бис 60-ды 5 тӱҥей ӱлӱге ооктоп јадыбыс, кажы ла ӱлӱде дезе 12 болуп јат; экинчи катап (3-ке) ӱлеериле бис 12-ни 3 тӱҥей ӱлӱге ооктогоныбыс, мында кажы ла ӱлӱде 4-тӧҥ болды. Онызын мынайда бичип кӧргӱзерге јараар:

$$\overbrace{\underbrace{12}_{4+4+4}+\underbrace{12}_{4+4+4}+\underbrace{12}_{4+4+4}+\underbrace{12}_{4+4+4}+\underbrace{12}_{4+4+4}}^{60}$$

2 катап ӱлеген кийининде 60 деп тоо 15 тӱҥей ӱлӱге ооктолгоны мынаҥ јарт кӧрӱнет.

Онойдо ок 300 деп тооны 3 кӧптӧжӧӧчининг $3\cdot5\cdot4$ деп произведениезине ӱлеерге, оны озо баштап 3-ке ӱлеер (100 болор), онынг кийининде бу частныйды 5-ке ӱлеер (20 болор), калганчызында, бу учындагы частныйды 4-кӧ ӱлеер (5 болор) деп јартап берерге јараар. Онойдордо,

кандый бир тооны произведениеге ӱлеерге, ол тооны баштапкы кӧптӧжӧӧчиге ӱлеер, болгон частныйды экинчи кӧптӧжӧӧчиге ӱлеер, оноҥ болгон частныйды ӱчӱнчизине ле оноҥ до ары онойып ок ӱлеп барар (бу тушта кажы ла ӱлегени артканы јокко бӱдӱрилер деп алынып јат).

Бу свойствоны кезикте *сагышта ӱлеер* тушта тузаланарга јараар; темдектезе, 1840-ди 20-ге ӱлеерге, бис $20=10\cdot2$ болорына аіару салып, 1840-ди 10-го ӱлеерибис (184 болор), табылган тооны 2-ге ӱлеерибис (92 болор); онойдо ок кандый бир тооны 8-ке, ӧскӧртӧ айтса, $2\cdot2\cdot2$ деп произведениеге ӱлеерге, ӱлелеечини озо баштап 2-ге, онынг кийининде база 2-ге, онынг кийининде база 2-ге ӱлеерибис.

77. Ӱлелеечининг ле ӱлеечининг кубулганынаҥ частныйдынг кубулары.

1) Ӱлелеечини бир канча катапка кӧптӧтсӧ (эмезе астатса), частный анча ок катапка кӧптӧӧр (эмезе астаар).

Темдектезе, $20:5=4$ деп примерде ӱлелеечини 3 катапка кӧптӧтсӧбис, ӧскӧртӧ айтса, 20-нинг ордына

ӱлелеечиде 20+20+20 деп алзабыс, 60 : 5=12 болор. Јаҥы частный азыйдагызынаҥ 3 катап кӧп болуп калган, нениҥ учун дезе 5 20-ге 4 катап кирип турган болзо, 5 деп тоо 20+20+20 деп суммага 4 катап, база 4 катап, оныҥ кийининде база 4 катап, бастыразын алза, јаҥыс 20-ге кирип турганынаҥ 3 катап кӧп кирери јарт.

2) Ӱлеечини бир канча катапка кӧптӧтсӧ (эмезе астатса), частный анча ок катапка астаар (эмезе кӧптӧӧр).

Темдектезе, 60 : 5=12 деп примерде ӱлеечини 3 катапка кӧптӧткӧн болзобыс, ӧскӧртӧ айтса, 5-тиҥ ордына 15-ти алзабыс, ол тушта 60 : 15=4 болор. Јаҥы частный азыйдагызынаҥ 3 катап ас болуп калган. Ол ондый ла болор учурлу, нениҥ учун дезе 15 деп тоо 5 · 3 деп произведение болуп јат, произведениеге дезе ӱлеерге ӱлелеечини баштапкы кӧптӧжӧӧчиге (5-ке) ӱлеер, болгон тооны (12-ни) экинчи кӧптӧжӧӧчиге (3-ке) ӱлеер керек, оныҥ кийининде ол (3 катапка) астап калар.

Бу тушта ӱлеери *артканы јокко* ӧдӱп јат деп бодолот. Артканы бар болзо, частныйы бистиҥ јаҥы кӧргӱскенибистеҥ башка кубулар. Темдектезе, мындый ӱлеерин алалыктар: 23 : 5=4 (артканы 3), оныҥ кийининде ӱлелеечини 3 катапка кӧптӧдип ийеликтер. Оноҥ 69 : 5=13 (артканы 4) болор; мында частный 3 катаптаҥ ажыра кӧптӧгӧн.

Ајару. Ӱлелеечи ле ӱлеечи јаҥыс ӧйдӧ кубулар болзо, частныйы кезикте кӧптӧӧр дӧ, кезикте астаар да эмезе кубулбай да артып калар. Частный канайда кубуларын ажындыра билип аларга, озо баштап ӱлелеечини кубулткан, оныҥ кийининде ӱлеечини кубулткан деп бодоор керек (53 §-ла тӱҥдештирип кӧрӱгер).

Частный кубулбай артып турган учуралдарга аҥылу ајару салар керек.

3) Ӱлелеечини ле ӱлеечини јаҥыс ӧйдӧ тӱҥей тоо катапка кӧптӧтсӧ, частный кубулбас,

нениҥ учун дезе ӱлелеечини кӧптӧткӧнинеҥ частный кӧптӧп јат, ӱлеечини кӧптӧткӧнинеҥ дезе ол анча ок катапка астап јат. Онойдо, 60 :15=4 деп примерде ӱлелеечини ле ӱлеечини 5 катапка кӧптӧдип ийзебис, 300 : 75=4 болор.

4) **Ӱлелеечини ле ӱлеечини јаҥыс ӧйдӧ тӱҥей тоо катапка астатса, частный кубулбас,**

нениҥ учун дезе ӱлелеечини астатканынаҥ частный астап јат, ӱлеечини астатканынаҥ дезе частный анча ок катапка кӧптӧйи берер. Онойдо, ол ло примерде ӱлелеечини ле ӱлеечини 5 катапка астатса, 12 : 3=4 болор.

78. Произведениени канайда ӱлеер. 8 · 12 · 20 деп произведениени 4-кӧ ӱлеерге керек болзын. Бу произведениени (ол 1920-ге тӱҥей) озо баштап бодоп алала, оны 4-кӧ ӱлеер ордына (480 болор), бис кӧптӧжӧӧчилердиҥ бирӱзин 4-кӧ ӱлейле, арткандарын кубултпай артырып, произведениени (480) бодоп чыгарар аргалу. Онойдо, 12-ни 4-кӧ ӱлейле, 8-ти ле 20-ни дезе кубултпай артырган болзобыс, 8 · 3 · 20=480 деп произведение болор, јартап айтса, бистиҥ азыйда ла бодоп алган тообыс болор. Ондый ла болор учурлу, нениҥ учун дезе 4-кӧ ӱлеер дегени—4 катапка астадар дегени болуп јат, кандый бир кӧптӧжӧӧчини 4 катапка астатсабыс, произведение де 4 катапка астай берер. Онойдордо,

произведениени кандый бир тоого ӱлеерге, ол тоого кӧптӧжӧӧчилердиҥ бирӱзин ӱлейле, арткандарын кубултпай артырарга јараар.

79. **Сумманы канайда ӱлеер ле разностьты канайда ӱлеер.**

1) **Сумманы кандый бир тоого ӱлеерге, ол тоого кажы ла кожулаачыны алдынаҥ башка ӱлейле, болгон частныйларын кожуп ийерге јараар** (бастыра ӱлеери артканы јокко ӧдӧр деп бодолып јат).

Онойдо, 21+14+35 деп сумманы 7-ге ӱлеерге (ӧскӧртӧ айтса, бу суммага 7 канча катап киерин билип аларга), бис 7 21-ге канча катап кирип турганын билип аларыбыс (3 катап), оныҥ кийининде 14-кӧ канча катап кирип турганын (2 катап), оныҥ кийининде 35-ке канча катап кирип турганын билип аларыбыс (5 катап), болгон частныйларын кожуп ийерибис: 3+2+5=10.

2) **Разностьты кандый бир тоого ӱлеерге, ол тоого алдынаҥ башка астаачыны ла астадаачыны ӱлейле, оныҥ кийининде баштапкы частныйдаҥ экинчизин айрып ийерге јараар.** Онойдо:

$$(40-25) : 5=40 : 5-25 : 5=8-5=3.$$

Ондый ла болор учурлу, нениҥ учун дезе 40-гӧ 8 беш кирип ǰат, 25-ке дезе 5 беш, 5 беш ǰокко 8 бешке 3 беш кирип турганы ǰарт.

80. Формулаларда действиелерди кандый аайынча бӱдӱрери керегинде аǰару. Кожорын ла айрыырын *баштапкы ступеньниҥ* действиелери деп, катаптаарын ла ӱлеерин дезе—*экинчи ступеньниҥ* действиелери деп адап ǰат. Скобкалар керектеер учуралдарды астадарга, действиелерди кандый аайынча бӱдӱрери керегинде мынайда ǰӧптӧшкӧндӧр:

скобкалары ǰок примерде ǰаҥыс ступеньниҥ действиелери кӧргӱзилген болзо, олорды бичилген ле аайынча бодойтон (сол ǰанынаҥ оҥ ǰаны ǰаар). Онойдо,

40—10+15—8 дегени

40-нӧҥ 10-ды айрыырын (30 болор), болгон тоого 15-ти кожорын (45 болор), оныҥ кийининде болгонынаҥ 8-ти айрыырын (37 болор) кӧргӱзип ǰат. Ол эмезе

400 : 4 · 5 : 2 дегени

400-ти 4-кӧ ӱлеерин (100 болор), частныйын 5-ке катаптаарын (500 болор), произведениезин 2-ге ӱлеерин (250 болор) кӧргӱзип ǰат.

Скобкалары ǰок примерде башка-башка ступеньдердиҥ действиелери кӧргӱзилген болзо, озо баштап экинчи ступеньниҥ действиелерин (катаптаарын ла ӱлеерин) бӱдӱрер, оныҥ кийининде дезе баштапкы ступеньниҥ действиелерин (кожорын ла айрыырын) бӱдӱрер. Темдектезе,

6+20 · 4—10 : 2 дегени

20-ни 4-кӧ катаптаарын (80 болор), оныҥ кийининде 10-ды 2-ге ӱлеерин (5 болор), оныҥ кийининде 6-га 80-ди кожорын (86 болор), калганчызында, 5-ти айрыырын (81 болор) кӧргӱзип ǰат.

Бу ээжилердеҥ ǰана тӱжерин скобкаларла кӧргӱзетен. Онойдо,

6+(20 · 4—10) : 2 деп

бичилген болзо, онызы 20-ни 4-кӧ катаптаарын, оноҥ 10-ды айрыырын, болгонын 2-ге ӱлеерин, оныҥ кийининде 6-ны кожорын (41 болор) кӧргӱзип ǰат.

II БӦЛӰК.

ТООЛОРДЫҤ ӰЛЕЛЕРИ КЕРЕГИНДЕ.

81. Ажындыра берилген ајарулар. Тӧрт арифметический действиениҥ экӱзин—кожорын ла катаптаарын—качан да болзо (ӧскӧртӧ айтса, кандый да тоолор болзо) бӱдӱрип салар арга бар. Айрыырын кезик аразында бӱдӱрип болбос то болзо, је оны бӱдӱрип болорын таныырга сыраҥай јеҥил: астаачы астадаачыдаҥ ас болбос учурлу; оныҥ учун эки тоо берилген болзо, баштапкы тоодоҥ экинчи тооны айрып болор бо, айрып болбос по деп, бис качан да болзо тургуза ла билип алар аргалу.

Ӱлеери чик јок оноҥ башка болуп јат; ӱлеерин (артканы јокко) јаантайын ла бӱдӱрип болор эмес деп, бис билерибис; је кезикте, ӱлебей туруп, бир тооныҥ экинчи тоого ӱлелерин билип аларга сӱреен кӱч болуп јат. Оныҥ учун ӱлеер действиеле арифметиканыҥ эҥ кӱч сурактары колболыжып јат. Ол сурактардыҥ кезигин бис бу бӧлӱкте кӧрӧрибис.

Бир тоо экинчи тоого артканы јокко ӱлелип турганда, баштапкы тоо экинчи тоого *ӱлелип јат* деп кыскарта айдатан. Бу учуралда онойдо ок баштапкы тоо экинчи тооныҥ *кратныйы*, экинчи тоо дезе баштапкы тооныҥ *ӱлеечизи* деп айдатан. Онойдо, 15—ӱчтиҥ кратныйы, 3 дезе—15-тиҥ ӱлеечизи.

Нуль (нульдаҥ башка) кандый ла тоого ӱлелип јат, ол ок ӧйдӧ частный дезе база нуль болор деп темдектейлик. Чындап та айткажын, a кандый ла тоо болзо, $a \cdot 0 = 0$ болуп турганда, $0 : a = 0$ болор.

I. ӰЛЕЛЕРИНИҤ ТАНЫЛУЛАРЫ.

Ӱлеерин чынында бӱдӱрбей туруп, берилген тооныҥ бир канча ӧскӧ тоолорго ӱлелерин эмезе ӱлел-

безин кезик аразында јеҥил билип алатан танылулар бар. Эмди бис шак бу танылуларды кӧрӧрибис.

82. Сумманыҥ ла разностьтыҥ ӱлелери. Ӱлелеринин танылуларын айдар тушта бис кӧп сабазында сумманыҥ ла разностьтыҥ мындый свойстволорын тузаланарыбыс:

1) кожулаачылардыҥ кажызы ла кандый бир јаҥыс тоого ӱлелип турган болзо, бу тоого сумма да ӱлелер;

2) кандый бир тоого бир кожулаачы ӱлелбей турган бололо, арткан кожулаачылар дезе ончозы ӱлелип турган болзо, сумма ол тоого ӱлелбес;

3) астаачы ла астадаачы кандый бир јаҥыс тоого ӱлелип турган болзо, бу тоого разность то ӱлелер.

1-кы ла 3-чи свойстволордыҥ чыны јарт кӧрӱнет; темдектезе, 5 деп тоо 45-ке бӱдӱн тоо (9) катап кирип турган бололо, 35-ке дезе база бӱдӱн тоо (7) катап кирип турган болзо, ол тоо олордыҥ суммазына бӱдӱн тоо (9+7=16) катап кирер ле олордыҥ разнозына дезе база бӱдӱн тоо (9—7=2) катап кирер.

1-кы ла 3-чи свойстволордыҥ чыны јарталган болзо, 2-чи свойствоныҥ чынын јартап кӧргӱзерге јеҥил болуп јат. Темдектезе, 102=45+35+22 деп сумманы алалыктар. Мында 45 ле 35 деп кожулаачылар 5-ке ӱлелип јат, учындагы 22 деп кожулаачы дезе 5-ке ӱлелбей јат. 102 деп сумма 5-ке база ӱлелбей турганын кӧргӱзип береликтер. 45 ле 35 5-ке ӱлелип турганда, 1-кы свойство аайынча олордыҥ суммазы да (45+35=80) 5-ке ӱлелер. Је 102=45+35+22 деп тӱҥейликтеҥ 102—(45+35)=22, эмезе 102—80=22 болор деп кӧрӱп турубыс. 102 5-ке ӱлелетен болзо, 3-чи свойство аайынча 102—80=22 деп разность то 5-ке ӱлелер учурлу эди; је 22 5-ке ӱлелбей турганда, 102 де 5-ке ӱлелбес.

83. 2-ге ӱлелеринин танылузы. 2-ге ӱлелип турган тоолорды *чётный* тоолор деп айдар, 2-ге ӱлелбей тургандарын дезе *чётный эмес* тоолор деп айдар. Тоолордыҥ натуральный рядында чётный ла чётный эмес тоолор элип-селижип тургулайт: онойдо, 1—чётный эмес тоо, 2—чётный тоо, 3—чётный эмес тоо, 4—чётный тоо ло оноҥ до ары онойып ок.

Нульга токтогон кандый ла тоо ондордыҥ суммазы болуп јат; темдектезе, 320 деп тоо—32 онныҥ сум-

мазы. Je 2-ге он ӱлелип jат; оның учун бир канча ондордың суммазы да 2-ге ӱлелер (бойында канча ондор бар, анча ок катап бойында 5 экилерди тудуп jат). Онойдордо, нульга токтогон кандый ла тоо 2-ге ӱлелип jат. Темдектезе:

$$320 : 2 = 160.$$

Эмди учураган ла чётный цифрага токтогон тооны алып кӧрӧликтер; темдектезе, 328-ти. Бу тооны сумма бӱдӱмдӱ эдип мынайда бичип кӧргӱзерге jараар:

$$328 = 320 + 8.$$

320 ле 8 деп тоолордың кажызы ла 2-ге ӱлелип jат; айдарда, 82 §-тагы 1-кы свойство аайынча 328 база 2-ге ӱлелер, ол чётный тоо болор. Ого кӧрӧ, чётный эмес цифрага токтогон тоо, темдектезе, 329, 2-ге ӱлелбес.

Чындап та айткажын,

$$329 = 320 + 9;$$

320 2-ге ӱлелип, 9 дезе 2-ге ӱлелбей турганда, 82 §-тагы 2-чи свойство аайынча 329 2-ге ӱлелбес.

Онойдордо, **2-ге jӱк ле чётный цифраларга токтогон тоолор ӱлелер.**

Ajaру Нуль 2-ге ӱлелип турган тооны темдектеп турганда (81 §), нуль деп цифра чётный деп бодолот.

84. 4-кӧ ӱлелериниң танылузы. Эки нульга токтогон кандый ла тоо jӱстердиң суммазы болуп jат; темдектезе, 2300 деп тоо—23 jӱстиң суммазы. Je jӱс 4-кӧ ӱлелип jат; оның учун бир канча jӱстердиң суммазы база 4-кӧ ӱлелер (бойында канча jӱстер бар, анча ок катап бойында 25 тӧрттӧрди тудуп jат). Айдарда, эки нульга токтогон кандый ла тоо 4-кӧ ӱлелип jат.

Темдектезе:

$$2300 : 4 = 575.$$

Эмди бир тооның калганчы эки цифразы 4-кӧ ӱлелип турган тооны кӧргӱзер эдип, экинчи тооның калганчы эки цифразы дезе 4-кӧ ӱлелбей турган тооны кӧргӱзер эдип, эки тооны алалыктар, темдектезе, 2348-ти ле 2350-ди (48 4-кӧ ӱлелер, 50 дезе ӱлелбес). Олорды сумма бӱдӱмдӱ эдип мынайда бичип кӧргӱзерге jараар:

$$2348 = 2300 + 48; \quad 2350 = 2300 + 50.$$

Баштапкы примерде кажы ла кожулаачы 4-кö ӱлелип јат, оныҥ учун сумма да 4-кö ӱлелер; айдарда, 2348 деп тоо тöрткö ӱлелип јат. Экинчи примерде баштапкы кожулаачы 4-кö ӱлелип јат, экинчизи дезе 4-кö ӱлелбей јат, оныҥ учун 2350 деп тоо 4-кö ӱлелбес. Онойдордо, **4-кö јӱк ле калганчы эки цифразы 4-кö ӱлелип турган тооны кöргӱскедий тоолор ӱлелер.**

Онойдо ок кандый-кандый тоолордыҥ калганчы ӱч цифразы 8-ке ӱлелер болзо, јӱк ле ондый тоолор 8-ке ӱлелер дегенин јартап берерге јеҥил.

85. 5-ке ле 10-го ӱлелериниҥ таныллулары. Он 5-ке ле 10-го ӱлелип јат; оныҥ учун ондордоҥ бӱткен тоо, ӧскöртö айтса, нульга токтогон тоо, 5-ке ле 10-го ӱлелер. Кандый бир тоо нульга токтобогон болзо, ол 10-го ӱлелбес, оныҥ калганчы цифразы 5 болзо, јӱк ле ол тушта ол 5-ке ӱлелер; нениҥ учун дезе јаҥыс темдектӱ тоолордыҥ бастыразынаҥ јӱк ле 5 деп тоо 5-ке ӱлелер. Онойткондо,

5-ке јӱк ле 5 деп цифрага эмезе нульга токтогон тоолор ӱлелер; 10-го јӱк ле нульга токтогон тоолор ӱлелер.

Ајару. Онойдо ок 25-ке јӱк ле калганчы эки цифразы нульдар, эмезе 25, эмезе 50, эмезе 75 болуп турган тоолор ӱлелер деп билип алар арга бар.

50-ге јӱк ле калганчы эки цифразы нульдар эмезе 50 болуп турган тоолор ӱлелер.

86. 3-ке ле 9-ка ӱлелериниҥ таныллулары. 3-ке ле 9-ка јаҥыс 9 деп цифрала бичилген кандый ла тоо, јартап айтса, 9, 99, 999 база оноҥ до ары онойып ок бичилген тоолор ӱлелер деп ажындыра темдектейликтер. Чындап та айткажын:

$$999 : 3 = 333; \quad 9999 : 3 = 3333 \text{ оноҥ до ары;}$$
$$999 : 9 = 111; \quad 9999 : 9 = 1111 \text{ оноҥ до ары.}$$

Онызын кöрӱп алала, кандый бир тоо алалыктар, темдектезе, 2457-ни, оныҥ кийининде оны башка-башка разрядтардыҥ бирлерине алдынаҥ башка ооктоп ийеликтер (тегин бирлерди дезе ооктобой артырарыбыс):

$$\begin{aligned}2457 = 1000 + 1000 &+ \\ + 100 + 100 + 100 + 100 &+ \\ + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 &+ \\ + 7\end{aligned}$$

Кажы ла мунды 999-ка ла 1-ге ооктойлык, кажы ла јӱсти – 99-ка ла 1-ге, кажы ла онды—9-ка ла 1-ге. Ол тушта 2 мунгнын ордына 2 катап 999 ла 2 бир боло берер; 4 јӱстинг ордына 4 катап 99 ла 4 бир болор; 5 оннынг ордына—5 катап 9 ла 5 бир болор.

Онойткондо:

$$\begin{aligned}2457 = 999 + 999 \qquad\qquad &+2+\\ +\ 99 +\ 99 + 99 + 99 &+ 4 +\\ +\ 9 +\ 9 +\ 9 +\ 9 + 9 &+ 5 +\\ &+7\end{aligned}$$

999, 99, 9 деп кожулаачылар 3-ке ле 9-ка ӱлелип јат; айдарда, берилген тоонынг 3-ке эмезе 9-ка ӱлелери јангыс ла $2+4+5+7$ деп суммаданг камаанду; бу сумма 3-ке эмезе 9-ка ӱлелип (ӱлелбей) турган болзо, берилген тоо до бу тоолорго ӱлелер (ӱлелбес). $2+4+5+7$ деп сумма берилген тоонынг алдынанг башка бичилген цифраларыла кӧргӱзилген тоолордынг суммазы болуп јат; кыскарта бу сумманы берилген тоонынг *цифраларынынг суммазы* деп айдатан. Онынг учун:

3-ке јӱк ле цифраларынынг суммазы 3-ке ӱлелип турган тоолор ӱлелер;

9-ка јӱк ле цифраларынынг суммазы 9-ка ӱлелип турган тоолор ӱлелер.

2457 деп тоодо цифралардынг суммазы 18. 18 дезе 3-ке ле 9-ка ӱлелип јат; айдарда, 2457 деп тоо 3-ке ле 9-ка база ӱлелер. Чындап та айткажын:

$$2457 : 3 = 819; \quad 2457 : 9 = 273.$$

9 деп тоо 3-ке ӱлелип јат, айдарда, 9-ка ӱлелип турган кандый ла тоо 3-ке ӱлелер. Је 3-ке ӱлелип турган тоо 9-ка ӱлелбестенг де маат јок. Онойдо, 17331 деп тоодо цифралардынг суммазы 15; 15 3-ке ӱлелип, је 9-ка ӱлелбей турганда, 17331 деп тоо до 3-ке ӱлелер, је 9-ка дезе ӱлелбес.

Ајару. Арифметиканынг толо ӱренер курстарында ого ӱзеери 7-ге, 11-ге, 13-ке, 37-ге база ононг до ӧскӧ тоолорго ӱлелеринингтанылуларын таап алар аргалу; је олорды практикада тузаланары сӱреен кӱч болуп турганынанг улам мында бис олорды бербей јадыбыс.

87. 6-га, 12-ге, 15-ке ӱлелеринин танылулары. Кандый бир тоо 6-га ӱлелип турган болзо, оны алты-

ларга ооктоорго, ӧскӧртӧ айтса, суммала кӧргӱзерге јараар:

$$6+6+6+6+\ldots+6.$$

Је алтылардыҥ кажызын ла экилерге де (2+2+2), ӱчтерге де (3+3) ооктоп ийер аргалу; айдарда, бастыра да ондый тооны экилерге ле ӱчтерге ооктоорго јараар; онойткондо, ол тоо 2-ге де, 3-ке де ӱлелер учурлу. Онойдордо,

кандый бир тоо 6-га ӱлелзин деп, ол тоо 2-ге ле 3-ке кыйалта јок ӱлелер учурлу.

Темдектезе, 3584 деп тоо 6-га ӱлелбей јат, нениҥ учун дезе ол (2-ге ӱлелип те турган болзо) 3-ке ӱлелбей јат; 3585 деп тоо база онойдо ок 6-га ӱлелбей јат; нениҥ учун дезе ол (3-ке ӱлелип те турган болзо) 2-ге ӱлелбей јат.

Је 6-га ӱлелериниҥ бу танылузы јеткил деп, ӧскӧртӧ айтса, 2-ге ле 3-ке ӱлелип турган кандый ла тоо 6-га да ӱлелер деп, бисти ӧрӧ айдылган шӱӱлте толо бӱдӱндирбей јат. Онызы шак ондый болуп турганыныҥ чынын кӧргӱзип берéликтер. Берилген тоо 2-ге ле 3-ке ӱлелип јат деп алала, ондый учуралда ол 6-га да ӱлелер дегениниҥ јартына чыгып алалыктар.

Берилген тоо 3-ке ле 2-ге ӱлелип турган болзын. Ол тушта оны экилерге де, ӱчтерге де ооктоор аргалу. Бис оны ӱчтерге ооктоп койдыбыс деп бойыбыстыҥ санаабыста алалыктар:

$$3+3+3+3+\ldots+3.$$

Сол јанынаҥ ала кажы ла 2 ӱчти 1 алтыга бириктирип кӧрӧликтер. Ол тушта экӱниҥ бирӱзи болор учурлу:

1) бастыра ӱчтер алтыларга биригер, бир де артык ӱч артпас; айдарда, бистиҥ тоо мындый бӱдӱмдӱ кӧрӱнер:

$$6+6+\ldots+6,$$

ӧскӧртӧ айтса, алтыларга ооктолып калган; онойткондо, ол тоо 6-га ӱлелип јат;

2) бир ӱч эжери јок арткан, ӧскӧртӧ айтса, бистиҥ тоо мындый бӱдӱмдӱ боло берди:

$$6+6+\ldots+6+3.$$

Је мында, калганчы кожулаачыдаҥ ӧскӧ, бастыра

кожулаачылар 2-ге ӱлелип јат; айдарда, 82 §-тагы, 2-чи свойство аайынча бистиҥ тоо 2-ге ӱлелбес эди-берилгени аайынча дезе бистиҥ тоо 2-ге ӱлелип тур; ганда, ондый учуралдыҥ болор аргазы јок.

Кандый бир тоо 6-га ӱлелер болзо, ол тоо 2-ге ле 3-ке ӱлелер учурлу база онызы јеткил болор деп, эмди бис јана тӱшпей айдар аргалу; эмезе кыскарта:

6-га јӱк ле 2-ге ле 3-ке ӱлелип турган тоолор ӱлелер.

Темдектезе, 13854 деп тоо 6-га ӱлелип јат, нениҥ учун дезе ол 2-ге ӱлелип јат (учында чётный цифралу) база ол ок ойдо 3-ке ӱлелип јат (оныҥ цифраларыныҥ суммазы ӱчке ӱлелип јат). Чындап та айтказын, $13854 : 6 = 2309$.

Бу ок эпле **12-ге јӱк ле 3-ке ле 4-кӧ ӱлелип турган тоолор ӱлелер; 15-ке дезе јӱк ле 3-ке ле 5-ке ӱлелип турган тоолор ӱлелер деп** билип алар аргалу.

88. Ӧрӧ айдылган тоолорго ӱлелериниҥ танылуларыныҥ текши тӧзӧлгӧзи. 6-га, 12-ге, 15-ке ле оноҥ до ӧскӧ кӧп тоолорго ӱлелериниҥ танылулары текши теоретический тӧзӧлгӧлӱ болуп јат, оны бис эмди мында айдып берерис.

Теорема. *Эки тооныҥ $a_1 a_2$ деп произведениези* p *деп ӱчӱнчи тоого ӱлелип турган бололо, ол эки тооныҥ бирӱзи,* a_1 *эмезе* a_2, p *деп тооло, бирдеҥ башка, текши ӱлеечилерлӱ эмес болзо, олордыҥ экинчизи* p*-ге ӱлелип јат.*

Ч ы н ы н к ӧ р г ӱ с к е н и. Темдектезе, a_1 деп тоо p-ле, бирдеҥ башка, текши ӱлеечилерлӱ эмес болзын; ол тушта a_2 p-ге ӱлелер учурлу дегениниҥ чынын кӧргӱзип берели стер.

a_1-ди p-ге ӱлейле, болгон частныйын q деп, артканын r деп адап алалыктар. Ол тушта:

$$a_1 = pq + r.$$

Артканы (r) керегинде: 1) ол нуль эмес болор база 2) ондо p-ле, бирдеҥ башка, текши ӱлеечилер јок деп, јартына чыгып алалыктар. Чындап та айтказын, $r = 0$ болзо, $a_1 = pq$ болор, ол тушта a_1 p ге ӱлелер эди, онойтколдо, a_1 ле p, бирдеҥ башка, текши ӱлеечилӱ болор эди, је онызы теореманыҥ берилгенине (условиезине) јарабай јат. Оноҥ ары, p ле r кандый бир $t > 1$ деп текши ӱлеечилӱ деп болдор алалыктар. Ол тушта a_1 t-ге ӱлелер эди, онойтколдо, a_1 ле p $t > 1$ деп текши ӱлеечилӱ болор эди, је онызы теореманыҥ берилгенине јарабай јат.

r деп артканы бирге тӱҥей эмес болзо, p-ни r-ге ӱлеп, болгон частныйын q_1 деп, ӱлеерде артканын r_1 деп адап алалыктар. Ол тушта:

$$p = rq_1 + r_1.$$

Чынын кӧргӱскени аайынча p де ле r-де, бирдеҥ башка, текши ӱлеечилер јок болуп турганда, калганчы тӱҥейликтеҥ, озо тургандагызынаҥ ок чылап: 1) r_1 нуль эмес болор, 2) r ле r_1, бирдеҥ

башка, текши ӱлеечилерлӱ эмес деп, јартына чыгып аларыбыс. r_1 бирге тӱҥей эмес болзо, r-ди r_1-ге ӱлейле, нульга тӱҥей эмес база r_1-ле, бирдеҥ башка, текши ӱлеечилери јок болуп турган r_2 деп артканын таап аларыбыс. r_2 бирге тӱҥей эмес болзо, r_1-ди r_2-ге ӱлейле, оноҥ до ары онойып ок ӱлеп барзабыс, мындый тӱҥейликтер боло берер:

$$a_1 = pq + r,$$
$$p = rq_1 + r_1,$$
$$r = r_1 q_2 + r_2,$$
$$r_1 = r_2 q_3 + r_3,$$
$$\dots\dots\dots,$$

бу тӱҥейликтердеги r, r_1, r_2 деп арткандары база оноҥ до ӧскӧ артқандары нульга тӱҥей эмес деп билип аладыбыс. Канайып та ӱлезе, арткани ӱлеечидеҥ ас болуп турганда, $r < p$, $r_1 < r$, $r_2 < r_1$ оноҥ до ары. Оныҥ учун, јеткил тоо катап ӱлейле, бис, учы-учында, бирге тӱҥей болотон артканына једип аларыбыс.

$r_n = 1$ болзын. Ол тушта: $r_{n-2} = r_{n-1} q_n + 1$.

Болгон тӱҥейликтердиҥ кажы ла членин a_2-ге катаптап ийеликтер.

$$a_1 a_2 = pqa_2 + ra_2,$$
$$pa_2 = rq_1 a_2 + r_1 a_2,$$
$$ra_2 = r_1 q_2 a_2 + r_2 a_2,$$
$$\dots\dots\dots,$$
$$r_{n-2} a_2 = r_{n-1} q_n a_2 + a_2.$$

Бу тӱҥейликтердиҥ баштапкызына ајару салып, мынайда шӱӱп турубыс:

$a_1 a_2$ деп произведение берилгени аайынча p-ге ӱлелип турганда, $pqa_2 + ra_2$ деп сумма да p-ге ӱлелип јат; бу сумманыҥ баштапкы кожулаачызы p-ге ӱлелип јат; онойткондо, экинчи де кожулаачы, ӧскӧртӧ айтса, ra_2 деп произведение де p-ге ӱлелип јат. Оныҥ кийининде экинчи тӱҥейликке кӧчӱп, pa_2 деп сумма ла кожулаачылардыҥ $(ra_2)\,q_1$ деп бирӱзи p-ге ӱлелип турганын таап алала, мыныҥ шылтузында $r_1 a_2$ деп экинчи де кожулаачы p-ге ӱлелер деп айдып јадыбыс. Оныҥ кийининде ӱчӱнчи тӱҥейликке кӧчӱп, ӱчӱнчизинеҥ тӧртӱнчизине, тӧртӱнчизинеҥ бежинчизине ле оноҥ до ары онойып ок кӧчӱп, учы-учында, калганчы тӱҥейликке једеле, a_2 p-ге ӱ л е л и п ј а т деп айдарыбыс.

89. ***Теоремадаҥ чыккан шӱӱлте (следствие).*** *a деп тоо p ле q деп эки тоого алдынаҥ башка ӱлелип турган бололо, ол ок ӧйдӧ p-де ле q-де, бирдеҥ башка, текши ӱлеечилер јок болзо, pq деп произведениеге a ӱлелип јат.*

a-ны p-ге ӱлеерде болгон частныйын Q ажыра темдектеп алалыктар; ол тушта:

$$a = pQ.$$

Берилгени аайынча a q-ге ӱлелип турганда, pQ q-ге ӱлелип јат деп, бис бу тӱҥейликтеҥ кӧрӱп айдарыбыс. Је p-де q-ле, бирдеҥ башка, текши ӱлеечилер јок; айдарда, теорема аайынча болзо, Q q-ге ӱлелер учурлу. Бу ӱлегениненг болгон частныйы Q_1 болзын; ол тушта:

$$Q = qQ_1.$$

Öрö турган тÿнейликке Q-нин ордына ого тÿней произведениени тургуссабыс, мындый болор:

$$a=p(qQ_1)=(pq)\ Q_1,$$

мынан a деп тоо (pq) ле Q_1 деп эки кöптöдööчилердин произведениези деп кöрÿнип јат, айдарда, a pq деп произведениеге ÿлелип јат.

Онойдордо: кандый бир тоо 2-ге ле 3-ке ÿлелип турган болзо, ол 6-га да ÿлелип јат; тоо 3-ке ле 4-кö ÿлелип турган болзо, ол 12-ге де ÿлелип јат; тоо 3-ке ле 5-ке ÿлелип турган болзо, ол 15-ке де ÿлелип јат база онон до ары онойып ок барар.

А ј а р у. p ле q деп тоолордо, бирдеҥ башка, текши ÿлеечи бар болзо, кандый бир тооныҥ p-ге ле q-ге ÿлелип турганынаҥ ол тоо pq деп произведениеге де ÿлелер деп айдарга јарабас. Темдектезе, 36 деп тоо 4-кö лö 6-га ÿлелип јат, јe олордыҥ произведениезине 4 · 6(=24) ÿлелбес.

II. ТООЛОРДЫ ТЕГИН КÖПТÖДÖÖЧИЛЕРГЕ ООКТООРЫ.

90. Тегин тоолор ло бириктирилген (составной) тоолор. Кандый ла тоо бирге ле бойына ÿлелери јарт. Јe бирге ле бойына ÿлелеринеҥ башка, öскö дö ÿлеечилерге ÿлелип турар сÿрекей кöп тоолор бар, темдектезе, 30 деп тоодо, бирдеҥ ле 30-таҥ башка, 2, 3, 5, 6, 10, 15 деп ÿлеечилер бар.

Јаҥыс ла бирге ле бойына ÿлелип турган, бирдеҥ öскö, кандый ла тооны тегин (эмезе теп-тегин, эмезе сыраҥай баштамы) тоо деп айдар.

Јаҥыс ла бирге ле бойына ÿлелип турар эмес, јe онон до öскö тоолорго ÿлелип турар тооны бириктирилген (эмезе колболу) тоо деп айдар.

1 деп тооны тегин де тоолорго, бириктирилген де тоолорго кошпойтон, ол алдынаҥ башка туруп јат.

100-теҥ ас 25 тегин тоо бар, олор мындый:

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97.

Бу бичиктиҥ учында 6000-наҥ тöмöн ончо тегин тоолорды бичип салган таблица бар.

91. Бириктирилген тооны тегин кöптöдööчилерге ооктоорı. Бириктирилген кандый ла тооны тегин кöптöдööчилерге ооктоор аргалу, öскöртö айтса, о н ы т е г и н т о о л о р д ы ҥ п р о и з в е д е н и е з и л е к ö р г ÿ з е р а р г а л у. Темдектезе, 12-ни тегин кöп-

тӧдӧӧчилерге ооктоор дегени—бу тооны мынайда кӧргӱзери болуп јат: $12=2 \cdot 2 \cdot 3$.

Бириктирилген кандый бир тооны тегин кӧптӧдӧӧчилерге ооктоорго керек болзын, темдектезе, 420 ни. Онойып эдерге (ӱлелеринин танылулары аайынча) 420 ӱлелгедий эҥ кичинек тегин тооны таап аларыбыс; ондый тоо 2 болор. 420-ни 2-ге ӱлеп јадыбыс:

$$420 : 2=210,$$

айдарда,

$$420=210 \cdot 2. \qquad (1)$$

Эмди 210 деп бириктирилген тоо ӱлелгедий эҥ кичинек тооны бедиреерибис; ондый тоо 2 болор. 210-ды 2-ге ӱлеп јадыбыс:

$$210 : 2=105,$$

айдарда,

$$210=105 \cdot 2.$$

Тӱҥейликте (1-кы) 210-ды ого тӱҥей произведениеле солуп ийеликтер:

$$420=105 \cdot 2 \cdot 2. \qquad (2)$$

105 деп бириктирилген тоо ӱлелгедий эҥ кичинек тоо 3 болор. 105-ти 3-ке ӱлеп јадыбыс:

$$105 : 3=35,$$

айдарда,

$$105=35 \cdot 3.$$

Тӱҥейликте (2-чи) 105 деп тооны ого тӱҥей произведениеле солуп ийеликтер:

$$420=35 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2. \qquad (3)$$

35 деп бириктирилген тоо ӱлелгедий эҥ кичинек тоо 5 болор; 35-ти 5-ке ӱлезебис, 7 болор; айдарда, $35=7 \cdot 5$. Тӱҥейликте (3-чи) 35-ти ого тӱҥей $7 \cdot 5$ деп произведениеле солуп ийзебис, мындый болор:

$$420=7 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2.$$

Эмди бастыра кӧптӧжӧӧчилер тегин тоолор болуп турганда, керектеген ооктош шак бу болор.

Кӧптӧжӧӧчилерди јерлериле солуштырганынаҥ про-

изведение кубулбайтан учун, олорды кандый да аайынча бичиирге јараар; кӧп сабазында олорды кичинектеринеҥ јаандары јаар бичийтен, ӧскӧртӧ айтса, мынайда:

$$420=2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7.$$

Тегин кӧптӧдӧӧчилерге ооктоорын мынайда бичиирге ончозынаҥ эптӱ:

$$\begin{array}{r|l} 420 & 2 \\ 210 & 2 \\ 105 & 3 \\ 35 & 5 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

ӧскӧртӧ айтса, берилген колболу тооны бичийле, оныҥ оҥ јаныҥаҥ саҥ тӧмӧн чийӱ тартып јат. Чийӱниҥ оҥ јанына берилген колболу тоо ӱлелгедий эҥ кичинек тегин тооны бичийле, ого бу берилген тооны ӱлеп јат. Частныйдыҥ цифраларын ӱлелеечиниҥ алдына чийер. Ол частныйды, берилген тооны ӱлеген чилеп, ӱлеп барар. Частныйында 1 боло бергенче, действиени онойдо бӱдӱрип барар. Ол тушта чийӱниҥ оҥ јанындагы бастыра тоолор берилген тооныҥ тегин кӧптӧдӧӧчилери болор.

Кӧргӧн примерде кажы ла сайын бис болгон тооныҥ *эҥ кичинек* тегин ӱлеечизин бедиреп турганыбыс; кӧп сабазында бу—ооктоор эҥ јеҥил эп, нениҥ учун дезе тоо канча ла кирези кичинек болзо, ого ӱлеерге анча ла кирези јеҥил болуп јат; ого ӱзеери, кичинек ӱлеечилердиҥ кӧп сабазында ӱлелериниҥ тегин таныулары бар болуп јат. Ондый да болзо, јаҥы кӧргӱзилген јол сок јаҥыс эмес, кезикте тегин кӧптӧдӧӧчилерге ооктоорын ӧскӧ аайынча бӱдӱрерге јеҥил болордоҥ маат јок. Темдектезе, бистиҥ ле примерде 420 деп тоо $10=2 \cdot 5$ деп произведениеге ӱлелип јат; оныҥ учун, ооктоорын (сагышта) бӱдӱреле,

$$\begin{array}{r|l} 42 & 2 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

бис мынайда бичиир аргалу:

$$420 = 10 \cdot 42 = 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7.$$

Темдектезе, 13 000 деп тооны ооктоорго керек болзо, бис $13\,000 = 13 \cdot 1000$ деп произведение болуп турганын тургуза ла кӧрӱп ийер аргалу, 13 дезе тегин тоо болуп турганда, биске јаҥыс ла мунды ооктоорго керек болуп јат:

$$1000 = 10 \cdot 10 \cdot 10 = 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5,$$

оныҥ кийининде тооныҥ бастыразын алзабыс, ол мындый болуп кӧрӱнер:

$$13\,000 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 13.$$

База бир пример алалыктар. 8874-ти тегин кӧптӧӧбчилерге ооктоп ийеликтер:

8874	2
4437	3
1479	3
493	17
29	29
1	

493 деп частныйга једеле, ол кандый тоого ӱлелерин табарга бис кӱчсинип турубыс. Мындый учуралдарда (бу бичиктиҥ учындагы) тегин тоолордыҥ таблицазынаҥ кӧрӧдибис. Бисти кӱчсиндирген тоо бу таблицада учураза, ол јаҥыс ла бойына ӱлелер. 493 деп тоо тегин тоолордыҥ таблицазында јок; айдарда, бу—бириктирилген тоо, оныҥ учун бис оны 7, 11, 13 деп тегин тоолорго ло база оноҥ до ары барган тегин тоолорго, артканы јок ӱлелерине јетпегенче, ӱлеп кӧрӧрибис. 493 деп тоо 17-ге ӱлелип, частныйында 29 болуп турган эмтир. Эмди бис ооктоорын токтодып салар аргалу.

Бу примердеҥ мындый шӱӱлте чыгып јат: бириктирилген тооны ооктоорго кезикте сӱрекей уур, ненин учун дезе ооктоор тушта биске јаан тоо учураардаҥ маат јок, ол тегин тоо эмезе бириктирилген тоо деп билип аларга кӱч болуп јат; ол бириктирилген тоо болзо, кезик учуралдарда оныҥ эҥ кичинек тегин ӱлеечизин таап аларга јеҥил эмес.

92. Степеньге бийиктедери. Тоолорды кӧптӧдӧӧчилерге ооктоор тушта, онойдо ок оноҥ до ӧскӧ кӧп учуралдарда бир канча тӱҥей кӧптӧжӧӧчилерди улай-

телей бичиирге келижип јат, темдектезе, 2 · 2 · 2 · 2 эмезе 5 · 5 · 5. Тӱҥей кожулаачыларды кожорын (катаптаары деп) алдынаҥ башка адап база алдынаҥ башка темдектеерин (2+2+2+2 деп айдар ордына 2 · 4 деп бичип) канайда тургускан эдибис, онойдо ок тӱҥей кӧптӧжӧӧчилерди катаптаарын алдынаҥ башка адаарга ла алдынаҥ башка темдектеерге тузалу.

Тӱҥей кӧптӧжӧӧчилердиҥ произведениезин *степень* деп айдар. Онойдо, 2 · 2 · 2 · 2 дегени 2 тӧртӱнчи степеньде дегени болуп јат. Оны мынайда бичийтен:

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^4;$$

бу тушта 2 деп тооны степеньниҥ *тӧзӧлгӧзи* деп, 4 деп тооны дезе—степеньниҥ *кӧргӱзеечизи* деп айдар. Действиениҥ бойын дезе *2 деп тооны тӧртӱнчи степеньге бийиктедери* деп айдар. Шак онойдо ок

$$5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^3$$

деп бичилгенин мынайда кычырар: 5 ӱчӱнчи степеньде; мында 5—тӧзӧлгӧзи, 3 дезе—степеньниҥ кӧргӱзеечизи.

Экинчи степеньди берилген тӧзӧлгӧниҥ *квадрады* деп кыскарта айдатан, ӱчӱнчи степеньди дезе—оныҥ *кубы* деп. Темдектезе, 7^2 дегенин мынайда кычырар: 7 квадратта, 5^3 дегенин дезе—5 кубта деп. Тоонын баштапкы степени деп бу тооныҥ бойын айдатан: $3^1=3$. Степеньди темдектейтени аайынча тоолорды тегин кӧптӧдӧӧчилерге ооктоорын кыскарта бичиир аргалу; темдектезе, 91 §-та кӧргӧн примерлерди бис мынайда бичиир аргалу:

$$420 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7,$$
$$13\,000 = 2^3 \cdot 5^3 \cdot 13.$$

Кезикте онойын кыскарта бичигени сӱреен танылу болор, темдектезе, $1536 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^9 \cdot 3$.

93. Бириктирилген тоо тегин кӧптӧдӧӧчилердиҥ сок ло јаҥыс рядына ооктолор. Бириктирилген кандый ла тооны 91 §-та айдылган эпле тегин кӧптӧдӧӧчилерге ооктоор аргалу дегениниҥ чынын кӧргӱзерге кӱч эмес. Је, бу эпти тузаланып, ооктоорын бистиҥ ле кӧргӱскенибис аайынча бӱдӱрер аргалу эмес, ӧскӧртӧ айтса, бис ооктоорын эҥ кичинек тегин тоодоҥ

баштабай, кандый бир ӧскӧ аайынча бӱдӱрер аргалу (байа бистиҥ кӧргӧнибис аайынча болзо, бис бириктирилген тооны озо баштап бириктирилген кӧптӧдӧӧчилерге ооктойло, оныҥ кийининде бу кӧптӧдӧӧчилерди тегин кӧптӧдӧӧчилерге ооктоор аргалу). Оныҥ учун мындый сурак табылып јат: бириктирилген кандый бир сок јаҥыс тооны ооктоордо, кезикте тегин кӧптӧдӧӧчилердиҥ эки башка (эмезе оноҥ до кӧп) ряды боло берер арга бар ба, јок по, ӧскӧртӧ айтса, бирӱзи бирӱзинеҥ кӧптӧдӧӧчилериле эмезе тӱней кӧптӧдӧӧчилердиҥ такып алынар тоозыла башкалангадый произведениелер табылар ба? Темдектезе, 14 000 деп тоо мынайда ооктолып јат: $2^4 \cdot 5^3 \cdot 7$; бу тоо кандый бир ӧскӧ јолло ооктолор бо, јок по, ӧскӧртӧ айтса, оныҥ произведениезине, 2, 5 ле 7-деҥ башка, кандый бир ӧскӧ тегин кӧптӧдӧӧчи кирер бе эмезе бу произведениедеги кӧптӧдӧӧчилер $2^4 \cdot 5^3 \cdot 7$ деп произведениедеги кӧптӧдӧӧчилердеҥ башкаланып, кандый бир ӧскӧ тоо катап такылар ба? Оныҥ ондый болор учуры јок деп, ӧскӧртӧ айтса, бириктирилген тооны бис канайып та ооктозобыс, оноҥ тегин кӧптӧдӧӧчилердиҥ сок ло јаҥыс ряды болор (кӧптӧдӧӧчилер јерлериле солужып та калардаҥ айабас) деп јарталган.

Тоолорды тегин кӧптӧдӧӧчилерге ооктоор аргалу болуп турганыныҥ ла олорды сок јаҥыс произведениеге ооктоорыныҥ чынын кӧргӱскени. Бирдеҥ башка, кандый ла тооны тегин кӧптӧдӧӧчилерге ооктоор база сок ло јаҥыс эпле ооктоор аргалу дегениниҥ чынын чике кӧргӱзерге, озо баштап мындый эки теореманы кӧрӧликтер.

1-кы теорема. *Бирдеҥ башка, кандый ла тоо, ас ла болзо, бир тегин ӱлеечилӱ болуп јат.*

Ч ы н ы н к ӧ р г ӱ с к е н и. $a \neq 1$ болзын; a—тегин тоо болзо, ол бойы бойыныҥ тегин ӱлеечизи болор, ол тушта теореманыҥ да чыны јарталып калар; a—бириктирилген тоо болзо, ол, a-даҥ ла бирдеҥ башка, ӱлеечилерлӱ болор; b бу ӱлеечилердиҥ эҥ кичинеги болзын; ол тушта b—бириктирилген тоо болбос, нениҥ учун дезе ол, бойынаҥ ла бирдеҥ башка, c деп тоого ӱлелип турган болзо, ол тушта бу c деп тоого a да ӱлелер эди, онойткондо, b a деп тооныҥ эҥ кичинек ӱлеечизи болбос эди. Оныҥ учун b—тегин тоо, ол a деп тооныҥ ӱлеечизи болуп турганда, теореманыҥ чыны јарталып калат.

2-чи теорема. *Бир канча кӧптӧжӧӧчилердиҥ $a_1 a_2 a_3 \ldots a_n$ деп произведениезиндеги кандый бир кӧптӧжӧӧчи p деп тегин тоого ӱлелер болзо, произведение де јаҥыс ла ол тушта p деп тоого ӱлелер.*

Ч ы н ы н к ӧ р г ӱ с к е н и. Берилген произведениени a_1

ле $(a_2a_3 \ldots a_n)$ деп эки ле көптөжөөчиниҥ произведениези деп көрүп тура, бис мынайда шүүр аргалу: a_1 p деп тегин тоого ӱлелбей турган болзо, мынызы a_1-де p-ле, бирдеҥ башка, текши ӱлеечилер јок дегени болуп јат; мындый учуралда, 88 §-та јарталган теорема аайынча, $(a_2a_3 \ldots a_n)$ деп тоо p деп тоого ӱлелер учурлу. Онойдо ок a_2 p-ге ӱлелбей турган болзо, $(a_3a_4 \ldots a_n)$ деп тоо p-ге ӱлелер учурлу дегенин билип аларыбыс. Бу шӱӱлтелерибисти оноҥ ары көндӱктирип, $a_1, a_2, a_3 \ldots, a_{n-1}$ деп тоолордыҥ бирӱзи де p-ге ӱлелбей турган болзо, a_n p-ге ӱлелер деп таап аларыбыс. Онойткондо, a_1, a_2, $a_3 \ldots, a_n$ деп тоолордыҥ кандый-кандый бирӱзи p-ге ӱлелип јат.

Эмди, бирдеҥ башка, кандый ла тооныҥ тегин көптөдөөчилерге ooктолорыныҥ чынын көргӱзерге, мынайда эдип јадыбыс. $a \neq 1$ болзын; a—тегин тоо болзо, айдылган шӱӱлте јарталып калар; a—бириктирилген тоо болзо, 1-кы теорема аайынча ол p_1 деп тегин ӱлеечилӱ болор; мындый болзын:

$$a = p_1 a_1;$$

a_1—тегин тоо болзо, теореманыҥ чыны јарталып калар; ол бириктирилген тоо болзо, 1-кы теорема аайынча ол p_2 деп тегин ӱлеечилӱ болор; мындый болзын:

$$a_1 = p_2 a_2,$$

ол тушта

$$a = p_1 p_2 a_2;$$

a_2—тегин тоо болзо, теореманыҥ чыны јарталып калар; ол бириктирилген тоо болзо, бис байагы ок чылап шӱӱп барарыбыс. $a > a_1, a_1 > a_2$ б за оноҥ до ары ондый ок болгондо, бистиҥ ooктош качан бирде тӱҥей ле божоп токтоор учурлу; је јаҥыс ла кандый бир a_n деп тоо тегин тоо болуп калза, ooктоoры ол ло тушта божоор (ол бириктирилген тоо болзо, ooктоорын оноҥ ары бӱдӱрерибис). Оныҥ учун мынайда ooктолгоны:

$$a = p_1 p_2 \ldots p_{n-1} a_n$$

a деп тооныҥ тегин көптөдөөчилерге ooктолгоны болуп јат, онойын, оныҥ ондый болоры јарталып калар.

Тоо сок јаҥыс јолло ooктолор дегениниҥ чынын көргӱзерге бис мынайда шӱӱрибис:

кандый бир тоодо (тӱҥей эмезе башка) тегин көптөдөөчилерге ooктолорыныҥ эки башка јолы бар болзын:

$$abc \ldots \text{ база } a_1 b_1 c_1 \ldots ,$$

ол тушта

$$abc \ldots = a_1 b_1 c_1 \ldots .$$

Калганчы тӱҥейликтиҥ сол јаны a-га ӱлелип јат; айдарда, оҥ до јаны a-га ӱлелер учурлу. Је a—тегин тоо, оныҥ учун $a_1 b_1 c_1 \ldots$ деп произведениениҥ кандый бир көптөдөөчизи a-га ӱлелер болзо (2-чи теорема), јаҥыс ла ол тушта бу произведение a-га ӱлелер; је тегин тоо, бирдеҥ башка, база öскö тегин тоого, јаҥыс ла бу тегин тоолор тӱҥей болзо, ӱлелер. Айдарда, $a_1 b_1 c_1 \ldots$ деп тоолордыҥ бирӱзи a-га тӱҥей. Је $a^1 = a$ болзын. Тӱҥейликтиҥ эки јанын a-га ӱлеп ийзебис,

$$bc...=b_1c_1...\text{ болор.}$$

Мынайда ок b_1, c_1... деп кӧптӧдӧӧчилердиҥ бирӱзи b-ге тӱҥей деп билип аларыбыс. Је $b_1=b$ болзын, ол тушта $cd...=c_1d_1...$. Мынайып оноҥ ары шӱӱп барзабыс, баштапкы произведениениҥ бастыра кӧптӧдӧӧчилери база экинчи де произведениеге киргилеп турганын кӧрӧрибис. Тӱҥейликтиҥ эки јанын a_1-ге ӱлейле, баштапкы произведениеде (рядта) a_1 деп кӧптӧдӧӧчи барын билип аларыбыс. Онойдордо, экинчи произведениениҥ бастыра кӧптӧдӧӧчилери баштапкы да произведениеге киргилеп турганын онойып ок таап аларыбыс. Мынаҥ кӧргӧндӧ, бу эки ряд кӧптӧдӧӧчилердиҥ бойлорыла башкаланып турган эмес, јаҥыс ла кӧптӧдӧӧчилердиҥ турган јерлериле башкаланып јат, ӧскӧ сӧсторлӧ болзо, *бу эки ряд сок јаҥыс рядты* (произведениени) *кӧргӱзип јат.* Ӧскӧртӧ айтса, (бирдеҥ башка) *кандый ла тооны тегин кӧптӧдӧӧчилерге ооктоор база јаҥыс ла эпле ооктоор аргалу.*

94. Тегин тоолор керегинде бир кезек сведениелер. *Ума јок кӧп тегин тоолор бар болуп турганын* билип аларга јеҥил. Чындап та айткажын, тегин тоолордыҥ учы бар (кандый да тоого токтогон) деп тескеери шӱӱп баралыктар. Ондый учуралда эҥ јаан тегин тоо бар болор учурлу. Ондый тоо a болзын. Бу шӱӱлтениҥ јастыра болгонын кӧргӱзерге, N деп јаҥы тоо мындый формулала бичилген деп сананып алалыктар:

$$N=(2\cdot3\cdot5\cdot7...a)+1,$$

ӧскӧртӧ айтса, 2-деҥ ала a-га јетире бастыра тегин тоолорды катаптайла, произведениеге 1-ди кожуп ийзебис, N деп тоо болор деп сананып алалыктар. N a-даҥ јаан болуп турганда, ого ӱзеери, тескеери шӱӱлте аайынча, a тегин тоолордыҥ эҥ јааны болуп турганда, N—бириктирилген тоо болор учурлу. Је бириктирилген тоо кандый бир тегин тоого ӱлелип јат (93 §, 1-кы теорема). Онойткондо, N деп тоо 2, 3, 5, 7, 11,...,a деп бичилген рядтын кандый бир тоозына ӱлелип јат. Је онойдо болбос, нениҥ учун дезе N деп тоо—эки кожулаачыныҥ суммазы, кожулаачылардыҥ баштапкызы ($2\cdot3\cdot5...a$ деп произведение) $2\cdot3\cdot5,...,a$ деп рядтыҥ кандый ла тоозына ӱлелип јат, экинчизи дезе (1) бу тоолордыҥ бирӱзине де ӱлелбей јат. Айдарда, эҥ јаан тегин тоо јок; эҥ јаан тоо јок болуп турганда, тегин тоолордыҥ учы јок болуп јат.

Тегин тоолор сыраҥай јебрен ӧйлӧрдӧҥ бери кӧп тоолу шиҥжӱлердиҥ предмети болгон. Учёныйлар бастыра тегин тоолорды бир эмезе бир канча *формулаларла* бичип кӧргӱзерге арга бергедий *законды* таап аларга кичеенгендер, эмезе *бастыра* тегин тоолорды кӧргӱспес те болзо, је ого јӱк *кандый бир јаан* тегин тооны кӧргӱскедий формула таап аларга санангандар. Бу јанынаҥ XVII чактагы атту-чуулу французский математик Ферманыҥ (Fermat) ченеп кӧргӧни анчавала јилбӱлӱ. Кандый бир n деп тоо $2^0=1$, $2^1=2$, $2^2=4$, $2^3=8$ болор тушта $2^{2^n}+1$ деп формула кандый ла тегин тооны кӧргӱзер деп, ол тапкан. Чындап та айткажын, n деп кӧргӱзеечиниҥ бу учурлары тушта мындый тегин тоолор болор:

$$3,\ 5,\ 17,\ 257.$$

Бу шиҥжӱге (база тоолордыҥ свойстволоры керегинде бир кезек шӱӱлтелерге) тайанып, Ферма 2 *степеньге* тӱҥей n кандый

ла тоо болор тушта 2^n+1 деп формула качан да болзо тегин тоолорды кӧргӱзер деп, бойыныҥ шӱӱлтезин айткан. Бу шӱӱлтениҥ јастыразы узак ӧйгӧ табылбаган, нениҥ учун дезе (Эйлерге јетире) n деп тоо 2 степеньге тӱҥей болгондо, 2^n+1 деп формула бириктирилген тоо[1] кӧргӱскедий бир де учуралды кем де темдектеп айдып болбогон. Ферманыҥ гипотезазы јастыра деп, эҥ баштап атту-чуулу Эйлер айткан (XVIII ч.), ол $n=2^5=32$ болор тушта 2^n+1 деп формула 641-ге ӱлелгедий бириктирилген тооны кӧргӱзер деп јартап берген. Ферманыҥ бу јастыразы ӱренгедий јозок болуп јат, ол кандый бир частный (јаҥыс) примердеҥ текши шӱӱлте чыгарар эп-сӱме (наведениениҥ эмезе индукцияныҥ эп-сӱмези) математикада канча кире јарабай турганын керелеп јат.

Бастыра тегин тоолорды кӧргӱскедий формулалар јок болуп турганынаҥ улам ченемелдӱ (эмпирический) эпле 2 деҥ ала кандый бир јарт a деп јаан тоого јетире улай-телей баргадый тегин тоолордыҥ рядын тургузып аларга керек болуп јат. Ондый рядты тургузып алар јанынаҥ сыраҥай тегин, ол ок айас сыраҥай јеврен эп-сӱме—(бистиҥ эрадаҥ озо III чакта јаткан) александрийский математик Эратосфенниҥ эп-сӱмези болуп јат. Эратосфенниҥ эп-сӱмези мындый: натуральный тоолордыҥ рядынаҥ 2-деҥ ала a-га јетире (a деп тоо рядтыҥ учын кӧргӱзер учурлу) озо баштап 2-ге ӱлелер (2-деҥ башка) бастыра тоолорды чыгара таштаар оныҥ кийининде 3-ке ӱлелер (3-теҥ башка) бастыра тоолорды оныҥ кийининде дезе 5-ке, 7-ге, 11-ге ӱлелер (бу тоолордоҥ башка) бастыра тоолорды чыгара таштайла, оноҥ ары онойып ок бӱдӱрип барар. Онойып эдерге сӱреен јеҥил: бастыра чётный эмес тоолорды 3-теҥ ала a-га јетире бичип алала, 3-тиҥ кийининде кажы ла ӱчӱнчи тооны кырып салар, 5-тиҥ кийининде кажы ла бежинчи тооны, 7-ниҥ кийининде кажы ла јетинчи тооны кырып салар база оноҥ до ары онойып ок эдер.

Эмдиги ӧйдӧ 9 000 000-ноҥ ас ээчий барган бастыра тегин тоолордыҥ таблицалары бар.

Тегин тоолордыҥ бичип алган ряды јок болзо эмезе берилген тоо N бичип алган тегин тоолордыҥ эҥ јаанынаҥ ажып турган болзо, мындый сурак табылып јат: N тегин тоо болор бо эмезе бириктирилген тоо болор бо деп, канайып билип алар? Эҥ ле јеҥил деген эп мындый болуп јат. Озо баштап $\sqrt{N}$ таап алала бу тазылдаҥ ас болуп турган бастыра тегин тоолорды чыгара бичип алар. Ол тоолор мындый болзын:

$$2, 3, 5, 7, \ldots, a.$$

Оныҥ кийининде N-ди 2-ге, 3-ке, 5-ке, . . . база a-га ӱлеп јат. N бу тоолордыҥ бирӱзине де ӱлелбезе, оноҥ ары ӱлебей де туруп, N—тегин тоо деп айдарга јараар. Чындап та айткажын $N=\sqrt{N}\cdot\sqrt{N}$ болуп турганда, N деп тооны $\sqrt{N}$ деп тоодоҥ јаан

---

[1] n ӧзӱп јаанаганда, 2^n+1 деп формула сыраҥай гӱрген көптӧйтӧн тоолор берип јат; темдектезе, $n=2^4$ тушта 65537 деп тоо болор, $n=2^5$ тушта—4294967297 деп тоо. Мындый јаан тоолор керегинде (XVII ле XVIII чактардагы науканыҥ айалгазында) олор тегин тоолор бо эмезе бириктирилген тоолор бо деп айдарга сӱреен кӱч болгон.

тоолорго ӱлезе, болгон частныйлары $\sqrt{N}$ деп тоодоҥ ас болор учурлу; оныҥ учун N деп тоо $\sqrt{N}$ деп тоодоҥ јаан тоого ӱлелер болзо, ол $\sqrt{N}$ деп тоодоҥ ас та тоого ӱлелер эди. Качан N аайы јок јаан болзо, бу эп чылазынду болордоҥ айабас; онойдо, $N < 1\,000\,000$ болзо, $\sqrt{N} > 1000$ болор, а 1000-наҥ ас 168 тегин тоо бар; онойткондо, мындый тооны ченеерге, кезик аразында 168 катап ӱлеерге керек болор эди. Берилген тооны ченеп кӧрӧргӧ керектӱ болуп турган ӱлештиҥ тоозын бир канча астадар аргалу эптер керегинде тоолордыҥ теориязында айдылып јат, је бу да тушта, берилген тоо тегин тоо болор бо айса бириктирилген тоо болор бо деп билерге кезик аразында эмдиге јетире кӱч болуп јат.

III. БИРИКТИРИЛГЕН ТООНЫҤ ӰЛЕЕЧИЛЕРИН ТАБАРЫ.

95. Тооныҥ „ӱлеечизи“ дегени не. Берилген тоо ӱлелип турган тооны берилген тооныҥ ӱлеечизи деп айдатанын сагышка алындыралык.

Учураган ла тегин тоо, темдектезе, 11 деп тоо, јӱк ле эки ӱлеечилӱ: бир ле бойы.

Бириктирилген учураган ла тоо экидеҥ кӧп ӱлеечилерлӱ; темдектезе, 6 деп тоо 4 ӱлеечилӱ: 1, 2, 3 ле 6; олордоҥ 2 ле 3—тегин тоолор, 6 дезе—бириктирилген тоо.

96. Берилген тооныҥ ӱлеечилерин табары. 420 деп тооныҥ ӱлеечилерин табарга керек болзын. Онойып эдерге бу тооны тегин кӧптӧдӧӧчилерге ооктойлыктар:

$$420 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7.$$

420 бу кӧптӧдӧӧчилердиҥ кажызына ла ӱлелери јарт; 420 бойыныҥ эки, ӱч ле оноҥ до кӧп кӧптӧдӧӧчилериниҥ произведениезине ӱлелип турганы јарт кӧрӱнет. Темдектезе, 420 деп тоо $3 \cdot 7$ деп произведениеге, ӧскӧртӧ айтса, 21-ге ӱлелип јат, нениҥ учун дезе 3 ле 7 деп кӧптӧдӧӧчилерди бастыра произведениениҥ бажы аар тургуссабыс, мындый боло берер:

$$420 = 3 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 = 21 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5,$$

оноҥ 420-ниҥ 21-ге ӱлелип турганы јарт кӧрӱнет.

Ээжи. **Бириктирилген тооныҥ ӱлеечилерин табарга, озо баштап оны тегин кӧптӧдӧӧчилерге ооктоп јат; бу кӧптӧдӧӧчилердиҥ кажызы ла берилген тооныҥ тегин ӱлеечизи болор; тегин кӧптӧдӧӧчилерди экидеҥ, ӱчтеҥ, тӧрттӧҥ база оноҥ до кӧптӧҥ ка-**

тапташтырып ийзе, берилген тооныҥ бириктирилген ӱлеечилери боло берер.

Ајару. Бириктирилген тооны кандый бир ӱлеечизине ӱлеерде болгон частныйды табарга, бу тооны тегин кӧптӧдӧӧчилерге ооктогонынаҥ произведениезинде берилген ӱлеечиге тӱҥей кӧптӧдӧӧчилерди таштап ийеле, арткан кӧптӧдӧӧчилерди бойлоры ортодо катапташтырып саларыјеткил болор.

Темдектезе, 420-ни 21-ге ӱлеерде болгон частныйды табарга, $420=2\cdot2\cdot3\cdot5\cdot7$ деп ооктошкоҥ произведениези 21 болуп турган 3 ле 7 деп кӧптӧдӧӧчилерди таштап ийеле, арткан кӧптӧдӧӧчилерди дезе бойлоры ортодо катапташтырып ийерибис (20 болор).

Айдылган ээжи аайынча тооныҥ *бастыра* ӱлеечилерин таап алар аргалу. Чындап та айткажын, a деп тоо b деп ӱлеечилӱ бололо, a-ны b-ге ӱлеерде частныйы c болзо, мындый болор:

$$a=bc.$$

Бис b-ни ле c-ни тегин кӧптӧдӧӧчилерге ооктойло, бу ооктолгон кӧптӧдӧӧчилерди бичилген тӱҥейликке тургузып ийзебис, a деп тооныҥ тегин кӧптӧдӧӧчилерге ооктолгоны боло берер, оныла коштой b деп тоо ол кӧптӧдӧӧчилердиҥ бир кезек бӧлӱгиниҥ произведениези болуп туракы јарт. Онойдордо, берилген тооныҥ кандый ла ӱлеечизин ӧрӧ айдылган ээжи аайынча чындап та таап алар аргалу.

IV. БИР КАНЧА ТООЛОРДЫҤ ЭҤ ЈААН ТЕКШИ ӰЛЕЕЧИЗИ.

97. Эҥ јаан текши ӱлеечи дегени не. *Бир канча тоолордыҥ эҥ јаан текши ӱлеечизи деп бастыра бу тоолор ӱлелип турган эҥ јаан тооны айдар.*

Темдектезе, 18, 30 ла 24 деп тоолордыҥ эҥ јаан текши ӱлеечизи 6 болор, нениҥ учун дезе 6—бастыра бу тоолор ӱлелип турган эҥ јаан тоо.

Эҥ јаан текши ӱлеечизи бир болуп турган эки тооны бойлоры ортодо тегин (эмезе относительно тегин) *тоолор деп айдар.* Темдектезе, мындый тоолор: 14 лӧ 15.

Бир канча тоолордыҥ эҥ јаан текши ӱлеечизин табатан эки эпти айдып береликтер.

98. Баштапкы эп—тегин кӧптӧдӧӧчилерге ооктойтонныҥ болужыла. 180 ле 126 деп эки тооныҥ эҥ јаан текши ӱлеечизин таап аларга керек болзын. Онойып эдерге бу тоолорды озо баштап тегин кӧптӧдӧӧчилерге ооктоп ийеликтер:

$$180=2\cdot2\cdot3\cdot3\cdot5;\quad 126=2\cdot3\cdot3\cdot7.$$

Бу тоолордыҥ кӧптӧдӧӧчилерин бойлоры ортодо тӱҥдештирип, олордыҥ ортозында текши кӧптӧдӧӧчилер барын темдектеп јадыбыс, чокумдап айтса: 2, 3, 3. Бу текши кӧптӧдӧӧчилердиҥ кажызы ла 180-ниҥ ле 126-ныҥ да текши ӱлеечизи болор. Бириктирилген текши ӱлеечилерин таап аларга, текши кӧптӧдӧӧчилерин экиденҥ ле ӱчтеҥ катапташтырып ийер керек. Текши кӧптӧдӧӧчилерди бойлоры ортодо катапташтырып ийзебис, берилген тоолордыҥ эҥ јаан текши ӱлеечизи боло берер:

$$2 \cdot 3 \cdot 3 = 18.$$

Је база 210, 1260, 245 деп ӱч тооныҥ эҥ јаан текши ӱлеечизин таап аларга керек болзын. Бу тоолорды тегин кӧптӧдӧӧчилерге ооктоп ийеликтер:

210	2	1260	2	245	5
105	3	630	2	49	7
35	5	315	3	7	7
7	7	105	3	1	
1		35	5		
		7	7		
		1			

Эмди бу тоолордыҥ эҥ јаан текши ӱлеечизи 5 ле 7 деп текши кӧптӧдӧӧчилердиҥ произведениезине, ӧскӧртӧ айтса, 35-ке тӱҥей болуп турганын кӧрӧдибис.

Онойдо ок тӧрт, беш ле оноҥ до кӧп тоолордыҥ эҥ јаан текши ӱлеечизин таап алар аргалу.

Ээжи. **Бир канча тоолордыҥ эҥ јаан текши ӱлеечизин табарга, ол тоолорды тегин кӧптӧдӧӧчилерге ооктойло, бастыра тоолорго текши болуп турган кӧптӧдӧӧчилерди бойлоры ортодо катапташтырып ийер керек.**

А ј а р у. Бу тӱшта кандый бир тегин кӧптӧдӧӧчи бастыра тоолордыҥ ооктолгонына бир канча катап кирип турган болзо, ол эҥ јаан текши ӱлеечиге де анча ок катап кирер учурлу болуп турганын ундубас керек.

92 §-та степеньниҥ бичилип темдектелгенин тузаланып, бис кӧргӧн примерлердиҥ баштапкызында тоолордыҥ тегин кӧптӧдӧӧчилерге ооктолгонын мынайда бичиир аргалу:

$$180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5; \quad 126 = 2 \cdot 3^2 \cdot 7.$$

Бу берилген тоолордыҥ эҥ јаан текши ӱлеечизине 5 ле 7 деп кӧптӧдӧӧчилер чек кирбес, ненин учун дезе 5 экинчи тоого кирбей јат, 7 дезе баштапкы тоого кирбей јат. 2 деп кӧптӧдӧӧчи 1 катап кирер, ненин учун дезе ол экинчи тооныҥ ооктолгонына 1 ле катап кирип јат. 3 деп кӧптӧдӧӧчи эҥ јаан текши ӱлеечиге 2 катап (ӧскӧртӧ айтса, экинчи степеньдӱ) кирер, ненин учун дезе ол берилген тоолорго экӱлезине экинчи степеньдӱ кирип јат; онойдордо, берилген тоолордыҥ эҥ јаан текши ӱлеечизи мындый болор:

$$2 \cdot 3^2 = 18.$$

Айдарда, бу ӧрӧ айдылган ээжини база мынайда да айдарга јараар: **бир канча тоолордыҥ эҥ јаан текши ӱлеечизин табарга, бу тоолорды тегин кӧптӧдӧӧчилерге ооктойло, бастыра берилген тоолорго кирип турган башка-башка тегин кӧптӧдӧӧчилердиҥ степеньдериниҥ произведениезин алып јат, бу ок ӧйдӧ берилген тоолордыҥ составында учурап турган кажы ла кӧптӧдӧӧчи эҥ кичинек кӧргӱзеечилӱ алынып јат.**

Темдектезе:

$$9000 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^3 \text{ база } 1350 = 2 \cdot 3 \cdot 5^2$$

деп тоолордыҥ эҥ јаан ӱлеечизи

$$2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 = 450 \text{ болор.}$$

99. Экинчи эп—улай-телей ӱлеп барары ажыра. Бу эпти бис озо баштап јӱк ле эки берилген тоого келиштире јартап берерибис, оныҥ кийининде дезе ӱч, тӧрт база оноҥ до кӧп тоолорго келиштире.

Бу эп мындый эки эрмекке тӧзӧлгӧлӧнип јат:

I. Берилген эки тооныҥ јааны кичинегине ӱлелип турган болзо, кичинеги олордыҥ эҥ јаан текши ӱлеечизи болуп јат.

Темдектезе, јааны кичинегине ӱлелип турган 54 лӧ 18 деп эки тоо алалыктар. 54 18-ке ӱлелип, 18 18-ке ӱлелип турганда, айдарда, 18 деп тоо 54-тиҥ ле 18-тиҥ текши ӱлеечизи болуп јат, ненин учун дезе 18 18-теҥ јаан кандый да тоого ӱлелбес.

II. Берилген эки тооныҥ јааны кичинегине ӱлелбей турган болзо, олордыҥ эҥ јаан текши ӱлеечизи ӧскӧ эки тооныҥ эҥ јаан текши ӱлеечизине тӱҥей,

чокумдап айтса, берилген тоолордыҥ кичинегиниҥ ле јаан тооны кичинегине ӱлеерде арткан тооныҥ эҥ јаан текши ӱлеечизине тӱҥей болор.

Темдектезе, јааны кичинегине ӱлелбей турган 85 ле 30 деп эки тоо берилген болзын. Баштапкы тооны экинчи тоого ӱлеп ийзебис, 85 : 30=2 (артканы 25) болор; ол тушта 85 ле 30 деп эки тооныҥ эҥ јаан текши ӱлеечизи ӧскӧ эки тооныҥ эҥ јаан текши ӱлеечизи болор учурлу, чокумдап айтса: 30-тыҥ ла 25-тиҥ (ол 5 болор).

Чындап та айткажын, ӱлегенинеҥ бис таап јадыбыс:

$$85=30 \cdot 2+25; \text{ оноҥ } 25=85-30 \cdot 2.$$

Бу тӱҥейликтердеҥ сумманыҥ ла разностьтыҥ азыйда айдылган свойстволоры аайынча (82 §) мындый эки шӱӱлте айдарга јараар:

1) 30 ла 25 деп тоолордыҥ учураган ла текши ӱлеечизи 85-тиҥ де ӱлеечизи болор учурлу;

2) 85-тиҥ ле 30-тыҥ учураган ла текши ӱлеечизи 25-тиҥ де ӱлеечизи болор учурлу;

Онойдордо, 2 эжер тоолор:

$$\overbrace{85 \text{ ле } 30} \qquad \overbrace{30 \text{ ла } 25}$$

бир тӱҥей текши ӱлеечилӱ болотон учурлу эмтир; айдарда, олордыҥ эҥ јаан текши ӱлеечизи база тӱҥей болор учурлу.

Эмди эки тооныҥ эҥ јаан текши ӱлеечизин табарга, бу ӧрӧ айдылган эки эрмекти канайда тузаланарга јараарын кӧрӧликтер.

391 ле 299 деп тоолордыҥ эҥ јаан текши ӱлеечизин табарга керек болзын.

$$\begin{array}{r|l} 391 & 299 \\ 299 & 1 \\ \hline 92 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 299 & 92 \\ 276 & 3 \\ \hline 23 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 92 & 23 \\ 92 & 4 \\ \hline 0 & \end{array}$$

299 (1 эрмек аайынча) эҥ јаан текши ӱлеечи болор бо деп билип аларга, 391-ди 299-ка ӱлеп ийеликтер. 391 299-ка ӱлелбей турганын кӧрӧдибис (92 артып

jат), оның учун 299 эң jаан текши ӱлеечи болбос. II эрмек аайынча, 391 ле 299 деп тоолордың эң jаан текши ӱлеечизи ол ок айас олордоҥ кичинек те тоолордың эң jаан текши ӱлеечизи болор учурлу деп айдарыбыс, чокумдап айтса: 299-тың ла 92-ниң. Бу тоолордың эң jаан текши ӱлеечизин таап кӧрӧликтер. I эрмек аайынча, 92 эң jаан текши ӱлеечи болор бо деп билерге, 299-ты 92-ге ӱлеерибис. 92 эң jаан текши ӱлеечи болбогонын кӧрӱп jадыбыс (артканында 23 болуп jат).

Эмди база катап, II эрмек аайынча, 299-тың ла 92-ниң эң jаан текши ӱлеечизи олордоҥ кичинек те тоолордың эң jаан текши ӱлеечизи болор учурлу деп айдарыбыс, чокумдап айтса, 92-ниң ле 23-тиң. Бу ӱлеечини таап кӧрӧликтер. Онойып эдерге 92-ни 23-ке ӱлеерибис. Мынаҥ 92 ле 23 деп эжер тоолордың эң jаан текши ӱлеечизи 23 деп кӧрӧдибис, онойткондо, ол 299 ла 92 деп эжер тоолордың, 391 ле 299 та деп эжер тоолордың эң jаан текши ӱлеечизи болор.

Ээжи. **Эки тооның эң jаан текши ӱлеечизин табарга, олордың jаанын кичинегине ӱлеер, оның кийининде кичинегин баштапкы артканына ӱлеер, оның кийининде баштапкы артканын экинчизине, экинчи артканын ӱчӱнчизине база оноҥ до ары, артканында нуль болгончо, онойып ӱлеп барар; ол тушта калганчы ӱлеечи берилген тоолордың эң jаан текши ӱлеечизи болор.**

100. Экинчи эпти ӱч тооғо база оноҥ до кӧп тоолорго келиштире тузаланары. Эмди 78, 130 ла 195 деп ӱч тооның эң jаан текши ӱлеечизин табарга керек болзын. Онойып эдерге озо баштап олордың кандый бир экӱзиниң эң jаан текши ӱлеечизин таап алалыктар, темдектезе, 78-тиң ле 130-тың:

```
              130 |78
               78  ‾1
           78 |52
           52  ‾1
       52 |26
       52  ‾2
       ‾‾
        0
```

Бу тоолордың эң jаан текши ӱлеечизи 26 эмтир.

Эмди 26-ныҥ ла 195 деп ӱчӱнчи тооныҥ эҥ јаан текши ӱлеечизин таап алалыктар:

```
 195 |26
 182  7
26|13
26  2
 0
```

Онойып табылган 13 деп тоо бастыра ӱч тооныҥ эҥ јаан текши ӱлеечизи болуп јат.

Нениҥ учун ондый болотоныҥ јартап берерге, берилген тоолорды тегин кӧптӧдӧӧчилерге ооктоп салган деп база эҥ јаан текши ӱлеечини баштапкы эпле табарга турубыс деп, сананып алалыктар. Ол тушта 26 деп тоо, 130-тыҥ ла 78-тиҥ эҥ јаан текши ӱлеечизи болуп тура, бойында бу тоолорго текши келижер тегин кӧптӧдӧӧчилерди тудар учурлу; 13 деп тоо, 26-ныҥ ла 195-тиҥ эҥ јаан текши ӱлеечизи болуп тура, бойында бу тоолорго текши келижер тегин кӧптӧдӧӧчилерди тудар учурлу. Онойткондо, 13 деп тоо бойында 130, 78 ле 195 деп бастыра ӱч тоого текши келижер тегин кӧптӧдӧӧчилерди тудуп јат; айдарда, 13 бу тоолордыҥ эҥ јаан текши ӱлеечизи болор.

Бу айдылган ӱч тоодоҥ башка, база тӧртӱнчи тоо бар болгон болзо, ол ок јолло 13-тиҥ ле ол тӧртӱнчи тооныҥ эҥ јаан текши ӱлеечизин табарга керек болор эди база оноҥ до ары онойып ок.

***Ээжи.* Ӱч тооныҥ эмезе оноҥ до кӧп тоолордыҥ эҥ јаан текши ӱлеечизин улай-телей ӱлейтен эпле табарга, озо баштап олордыҥ кандый бир экӱзиниҥ эҥ јаан текши ӱлеечизин табар, оныҥ кийининде— табылган ӱлеечиниҥ ле берилген кандый бир ӱчӱнчи тооныҥ эҥ јаан текши ӱлеечизин, оноҥ ары дезе—калганчы ӱлеечиниҥ ле тӧртӱнчи тооныҥ эҥ јаан ӱлеечизин табар база оноҥ до ары онойып ок бӱдӱрип барар.**

V. БИР КАНЧА ТООЛОРДЫҤ ЭҤ КИЧИНЕК ТЕКШИ КРАТНЫЙЫ.

101. Эҥ кичинек текши кратный дегени не. *Берилген бир канча тоолордыҥ эҥ кичинек текши*

кратныйы деп бу тоолордыҥ кажызына ла ӱлелип турган эҥ кичинек тооны айдар.

Онойдо, 6, 15 ле 20 деп ӱч тооныҥ эҥ кичинек текши кратныйы 60, нениҥ учун дезе 60-наҥ ас кандый да тоо 6-га, 15-ке ле 20-ге ӱлелбес, 60 дезе бастыра бу тоолорго ӱлелип јат.

Бир канча тоолордыҥ эҥ кичинек текши кратныйын табатан эки эпти айдып берeликтер.

102. Баштапкы эп—тегин кӧптӧдӧӧчилерге ооктооры ажыра. 100, 40 лӧ 35 деп тоолордыҥ эҥ кичинек текши кратныйын табарга керек болзын. Онойып эдерге бу тоолордыҥ кажызын ла тегин кӧптӧдӧӧчилерге ооктоп ийерибис:

$$100=2\cdot2\cdot5\cdot5;\quad 40=2\cdot2\cdot2\cdot5;\quad 35=5\cdot7.$$

Кандый бир тоо 100-ке, 40-гӧ лӧ 35-ке ӱлелзин деп, ол тоого бу ӱлеечилердиҥ бастыра тегин кӧптӧдӧӧчилери кирери керектӱ ле јеткил болор. 100 деп тооныҥ бастыра кӧптӧдӧӧчилерин чыгара бичип алала, олорго 100-тиҥ ооктолгонында јетпей турган кӧптӧдӧӧчилерди, чике айтса, 40-ниҥ кӧптӧдӧӧчилерин коштой бичиирибис. Ол тушта 100-ке ле 40-гӧ ӱлелип турган $2\cdot2\cdot5\cdot5\cdot2$ деп произведение болор. Эмди бу произведениеде јетпей турган кӧптӧдӧӧчилерди, чике айтса, 35-тиҥ кӧптӧдӧӧчилерин бичип аларыбыс. Ол тушта 100-ке де, 40-гӧ дӧ, 35-ке де ӱлелер мындый произведение болор:

$$2\cdot2\cdot5\cdot5\cdot2\cdot7=1400.$$

Шак бу произведение (1400) тоолордыҥ эҥ кичинек текши кратныйы болуп јат, нениҥ учун дезе бу произведениедеҥ бир ле кӧптӧдӧӧчини таштап ийзебис, берилген тоолордыҥ кандый-кандый бирӱзине ӱлелбес тоо боло берер.

Кӧргӧн примерде бис 100 деп тооныҥ тегин кӧптӧдӧӧчилерине ондо јетпей турган кӧптӧдӧӧчилерди, чике айтса, 40-ниҥ кӧптӧдӧӧчилерин кожуп бичип, 2 деп кӧптӧдӧӧчини база кожуп бичигенибиске ајару салалыктар. 100 деп тооныҥ ооктолгонында 2 бар да болзо, је бу кӧптӧдӧӧчи ондо јӱк ле 2 катап учурайт. 40 деп тооныҥ ооктолгонында дезе ол биске 3 катап учурайт; оныҥ учун бис оны 100 деп тооныҥ ооктолгонында „јетпей турган“ деп бодоор учурлу болгоныбыс.

Ээжи. **Берилген бир канча тоолордыҥ эҥ кичинек текши кратныйын табарга, бу тоолорды ончозын тегин кӧптӧдӧӧчилерге ооктоор; оныҥ кийининде, ол тоолордыҥ бирӱзиниҥ ооктолгонын алала, ого экинчи тоонын ооктолгонынаҥ јетпей турган тегин кӧптӧдӧӧчилерди кожуп бичиир; бу произведениеге ӱчӱнчи тоонын ооктолгонынаҥ јетпей турган тегин кӧптӧдӧӧчилерди алып бичиир база оноҥ до ары онойып ок калганчызына јетире бӱдӱрип барар. Мындый эпле табылган произведение берилген тоолордыҥ эҥ кичинек текши кратныйы болор.**

92 §-та степеньниҥ бичилип темдектелгенин тузаланып, бистиҥ примерде берилген тоолордыҥ ооктолгонын бис мынайда бичиир аргалу:

$$100=2^2\cdot5^2;\quad 40=2^3\cdot5;\quad 35=5\cdot7.$$

Берилген тоолордыҥ эҥ кичинек текши кратныйына 2, 5, 7 деп кӧптӧдӧӧчилер кирер учурлу болуп турганы јарт; бу тушта 2 деп кӧптӧдӧӧчи ӱчӱнчи степеньдӱ кирер учурлу, нениҥ учун дезе 2 мынаҥ ас кӧргӱзеечилӱ болзо, болгон тоо 40-гӧ ӱлелбес эди; 5 деп кӧптӧдӧӧчи экинчи степеньдӱ кирер учурлу, нениҥ учун дезе болгон тоо 100-ке ӱлелбес эди; калганчызында, 7 деп кӧптӧдӧӧчини баштапкы степеньдӱ алары јеткил болор.

Онойдордо, бедиреген эҥ кичинек текши кратный мындый болор:

$$2^3\cdot5^2\cdot7=1400.$$

Онойып, байагы ээжини база мынайда айдарга јараар: **бир канча тоолордыҥ эҥ кичинек текши кратныйын табарга, ол тоолорды тегин кӧптӧдӧӧчилерге ооктойло, берилген тоолордыҥ ооктолгонына кирип турган башка-башка тегин кӧптӧдӧӧчилердиҥ степеньдериниҥ произведениезин тургузып алар, ол ок ӧйдӧ бу ооктолгондордо учурап турган кажы ла кӧптӧдӧӧчини эҥ јаан кӧргӱзеечилӱ алып јат.**

103. Бир кезек аҥылу учуралдар. Эҥ кичинек текши кратныйды сыраҥай јеҥил эпле табатан эки учуралды кӧрӧликтер.

Баштапкы учурал, *берилген тоолордыҥ бир де эжеринде текши кӧптӧдӧӧчилер јок тужы.* Темдектезе, ӱч тоо берилген болзын: 20, 49, 33; бу тоо-

лордын бир де эжеринде текши кӧптӧдӧӧчилер јок болуп турганы олордын ооктолгонынан кӧрӱнет:

$$20=2\cdot 2\cdot 5;\quad 49=7\cdot 7;\quad 33=3\cdot 11.$$

Бу учуралга келиштире текши ээжини тузаланып, бис *бастыра берилген тоолорды бойлоры ортодо кататташтырып ийер керек* деп шӱӱлтеге келерибис:

$$2\cdot 2\cdot 5\cdot 7\cdot 7\cdot 3\cdot 11=20\cdot 49\cdot 33=32340.$$

Бойлоры ортодо башкаланып турган *тегин* тоолордын эн кичинек текши кратныйын бедиреер тушта кезик аразында онойдо ло эдер керек; темдектезе, 3, 7 ле 11 деп тоолордын эн кичинек текши кратныйы $3\cdot 7\cdot 11=$ $=231$ болор.

Э к и н ч и у ч у р а л, *берилген тоолордын јааны бастыра арткан тоолорго ӱлелип турар тушта*. Ол тушта эн јаан тоо эн кичинек текши кратныйы болуп јат. Темдектезе, 5, 12, 15 ле 60 деп тӧрт тоо берилген болзын, олордын 60 деп јааны 5-ке, 12-ге ле 15-ке ӱлелип јат; ол ок ӧйдӧ бу тоо бойына да ӱлелип турганда, ол эн кичинек текши кратный болуп јат.

104. Экинчи эп—эн јаан текши ӱлеечини табары ажыра. 336 ла 1260 деп тоолордын эн кичинек текши кратныйын табарга керек болзын. Бу тоолорды тегин кӧптӧдӧӧчилерге ооктойло, бис таап јадыбыс: $336=2^4\cdot$ $\cdot 3\cdot 7$ база $1260=2^2\cdot 3^2\cdot 5\cdot 7$. Берилген тоолордын произведениези мындый болор:

$$336\cdot 1260=(2^4\cdot 3\cdot 7)\cdot(2^2\cdot 3^2\cdot 5\cdot 7). \qquad (1)$$

Эмди эки тоонын эн јаан текши ӱлеечизин ле эн кичинек текши кратныйын канайда тургузып алатанын сагышка алыналык. Берилген тоолордын кӧптӧдӧӧчилерге ооктолгонында учурап турган кажы ла тегин тоо эн јаан текши ӱлеечиге эн кичинек кӧргӱзеечилӱ кирер, эн кичинек текши кратныйга дезе эн јаан кӧргӱзеечилӱ кирер.

Онойдордо, эн јаан текши ӱлеечиге 2^2 кирер, эн кичинек текши кратныйга дезе 2^4; эн јаан текши ӱлеечиге 3 кирер, эн кичинек текши кратныйга дезе 3^2; берилген эки тоонын јаҥыс ла бирӱзинин ооктолгонына кирип турган 5 деп кӧптӧдӧӧчи олордын эн кичинек текши кратныйына кирер, олордын эн јаан текши ӱлеечизине дезе кирбес; калганчызында, тоолордын

кажызына ла 1 деп кӧргӱзеечилӱ кирип турган 7 деп кӧптӧдӧӧчи эҥ јаан текши ӱлеечиге де, эҥ кичинек текши кратныйга да бу ок кӧргӱзеечилӱ кирер.

Онойдордо, тоолордыҥ эҥ јаан текши ӱлеечизи $2^2 \cdot 3 \cdot 7 = 84$, олордыҥ эҥ кичинек текши кратныйы дезе $2^4 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 = 5040$. Тӱҥейликтиҥ (1) оҥ јанында турган кӧптӧдӧӧчилер, чике айтса, берилген тоолордыҥ бастыра кӧптӧдӧӧчилери бӧлӱне бергенин бис кӧрӱп јадыбыс: олордыҥ кезиктери эҥ јаан текши ӱлеечиге кирген, арткандары дезе эҥ кичинек текши кратныйга кирген. Оныҥ учун берилген тоолордыҥ $336 \cdot 1260$ деп произведениези бу тоолордыҥ 84 деп эҥ јаан текши ӱлеечизин 5040 деп эҥ кичинек текши кратныйына катаптаарда болгон произведениеге тӱҥей. Мынаҥ:

***Ээжи.* Эки тооныҥ эҥ кичинек текши кратныйы бу тоолордыҥ эҥ јаан ӱлеечизине ӱлелген олордыҥ ок произведениезине тӱҥей.**

Мыны кӧрӱп алала, бис кандый бир эки тооны ооктобой до туруп, олордыҥ эҥ кичинек текши кратныйын таап алар аргалу. Чындап та айткажын, берилген тоолордыҥ эҥ јаан текши ӱлеечизи улай-телей ӱлеп те барар эпле табылар аргалу. Эҥ јаан текши ӱлеечизин таап алган кийининде дезе эки тооныҥ эҥ кичинек текши кратныйын бу јаҥы ла айдылган ээжи аайынча таап аларга сыраҥай јеҥил.

105. Ӱч тоого база оноҥ до кӧп тоолорго учурал. 336, 1260 ла 350 деп тоолордыҥ эҥ кичинек текши кратныйын табарга керек болзын. Озо баштап 336 ла 1260 деп тоолордыҥ эҥ кичинек текши кратныйын табарыбыс; 104 §-та кӧргӧнибис аайынча болзо, ол 5040 болор. Эмди 5040 деп тооныҥ ла 350 деп ӱчӱнчи тооныҥ эҥ кичинек текши кратныйын табарыбыс. Бу тоолордыҥ эҥ јаан текши ӱлеечизин табарга сыраҥай јеҥил (темдектезе, улай-телей ӱлеп барар эпле): ол 70 болор. Айдарда, 5040 лӧ 350 деп тоолордыҥ эҥ кичинек текши кратныйы 104 §-тагы ээжи аайынча:

$$\frac{5040 \cdot 350}{70} = 25\,200 \text{ болор.}$$

Шак бу тоо ӱч тооныҥ эҥ кичинек текши кратныйы болор.

Онойдо ок тӧрт, беш тооныҥ база оноҥ до кӧп тоо-

лордыҥ эҥ кичинек текши кратныйын таап турарга јараар.

Ээжи. Ӱч тооныҥ эмезе оноҥ до кӧп тоолордыҥ эҥ кичинек текши кратныйын табарга, озо баштап олордыҥ кандый бир экӱзиниҥ эҥ кичинек текши кратныйын табар, оныҥ кийининде—бу эҥ кичинек текши кратныйдыҥ ла кандый бир ӱчӱнчи тооныҥ эҥ кичинек текши кратныйын, оныҥ кийининде бу эҥ кичинек текши кратныйдыҥ ла тӧртӱнчи тооныҥ эҥ кичинек текши кратныйын табар база оноҥ до ары онойып ок эдер.

III БÖЛЎК.

ВЕЛИЧИНАЛАРДЫ КЕМЈИИРИ. КЕМЈЎЛЕРДИҤ МЕТРИЧЕСКИЙ СИСТЕМАЗЫ.

106. Кире сöс. Бу öйгö јетире бис јаҥыс ла бўдўн тоолорло иштегенибис. Бўдўн тоолорды тузаланары исторический јанынаҥ элдеҥ озо тоолоорго керектў болгонынаҥ табылган; ондый некелтелерди дезе бўдўн тоолор чик јок јеткилдеп јат. Је кижиниҥ ижи ле јўрўми сыраҥай јебрен де öйлöрдö јаантайын ла јаҥы некелтелер тöзöп турган, олорды јеткилдеерге бўдўн тоолор јеткил эмес болгон. Оныҥ учун бўдўн тоолорго ўзеери јаҥы тоолор табарга керек болды, арифметика дезе бу тоолордыҥ свойстволорын ла олорло бўдўретен действиелерди шиҥдеп ўренер учурлу болгон.

Кижиниҥ практиказында тоолордыҥ оноҥ элбек класстарын кöрöрине јетирген тöс бўдўмдердиҥ бирўзи величиналарды кемјиири болуп јат. Оныҥ учун, бу тоолорды ўренериненҥ озо, бис величиналарды кемјиири дегени не деп суракка, оныла колбошкон эҥ учурлу шўўлтелерге токтоор учурлу.

107. Величиналарды кемјиири. Биске кандый бир комнатаныҥ сынын билерге керек болзын; ол тушта комнатаныҥ сынын бис бойыбыс јакшы билетен кандый бир öскö кемјўле, темдектезе, метрдиҥ болужыла, кемјип јадыбыс. Онойып эдерге бис комнатаныҥ сыны аайынча метрди салып, канча катап келишкенче, кемјип барарыбыс. Метр комнатаныҥ сынына 10 катап салынза, оныҥ сыны 10 метрге тўҥей болор. База онойдо ок, кандый бир предметтиҥ бескезин (уурын) кемјиирге, бис бойыбыс јакшы билетен кандый бир öскö бескени аладыбыс, темдектезе, граммды, оноҥ ары кемјип турган бескеге грамм канча катап кирип турганын (бескениҥ болужыла) билип аларыбыс. Ол 5

катап кирип турган болзын; ол тушта предметтиҥ бескези 5 грамм болор.

Öскö величиналарды кемjиирге тузаланатан бис билер величинаны jаҥыс укту величиналардыҥ *единицазы* (ÿлÿзи) деп айдар. Онойдо, метр—узунныҥ единицазы, грамм—бескениҥ единицазы база ононг до ары.

Jаҥыс укту величиналардыҥ кажызына ла бир канча единицалар талдап алатан, кезиктери эмеш jаан, кезиктери эмеш оок. Темдектезе, немениҥ бескезин кемjиирге, граммнаҥ öскö, база *килограммды*, *тоннаны*, *миллиграммды* ла ононг до öскöлöрин тузаланатан.

Кандый бир величинаны кемjиир дегени—единица деп алынган ондый ок укту öскö величина ого канча катап кирип турганын табар дегени болуп jат.

108. Кемjÿлер. Кажы ла государствоныҥ башкарузы эҥ учурлу величиналарга аҥылу единицалар тургускан. Кöргÿзÿлÿ единицалар эдилген: кöргÿзÿлÿ метр, кöргÿзÿлÿ килограмм база ононг до öскöлöри, олордоҥ кöрÿп, jÿрÿмде jаантайын тузаланатан единицаларды белетегилеп jат. Тузаланар эткен единицаларды *кемjÿлер* деп айдар.

Jаҥыс укту величиналарды кемjиирге керектÿ кемjÿлерди *укташ кемjÿлер* деп айдатан. Темдектезе, грамм ла килограмм немениҥ бескезин кемjиирге керектÿ единицалар болуп турганда, олор укташ кемjÿлер.

Кичинек кемjÿ jаан кемjÿге канча катап кирип турганын кöргÿзетен тооны укташ эки кемjÿниҥ *отношениези* деп айдар. Онойдо, метрдиҥ сантиметрге отношениези 100 деп тоо болор.

109. Кемjÿлердиҥ метрический системазы. Эмдиги öйдö бисте кемjÿлердиҥ öскö дö кöп ороондордо jöптöлгöн метрический системазын тузаланар деп эткен.

Бу системада узунын кемjиир единица эдип метрди алган.

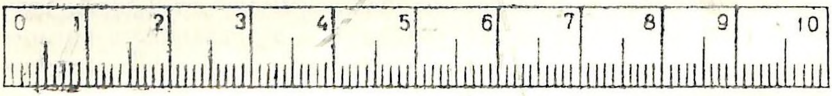
Кемjÿлер ле бескелер керегинде 1889 jылда öткöн. Баштапкы генеральный конференция платино-иридиевый кемjÿни телекейлик метрдиҥ баштамы бÿдÿми эдип jараткан, бу кемjÿ эмди Севрде (Франция) кемjÿлердиҥ ле бескелердиҥ Международный бюрозында jадып jат.

СССР-де метрдиҥ баштамы бÿдÿми эдип телекей-

лик платино-иридиевый метрдиҥ 28 №-лӱ копиязын јараткан, ол эмди Ленинградта метрологияныҥ ла стандартизацияныҥ Бастырасоюзный институдында.

Метр 10 тӱҥей ӱлӱге ӱлелип јат, метрдиҥ онунчы ӱлӱзи—база 10 тӱҥей ӱлӱге, метрдиҥ јӱзӱнчи ӱлӱзи бойыныҥ ӧйинде база 10 тӱҥей ӱлӱге ӱлелип јат база оноҥ до ары онойып ок. Экинчи јанынаҥ, 10 метр, 100 метр база оноҥ до јаан кемјӱлер болотон. Метрдиҥ онунчы ӱлӱлерин адаарга „метр" деп сӧскӧ мындый латинский сӧстӧр кожотон: „*деци*" (бир онунчы ӱлӱзин темдектеерге), „*центи*" (бир јӱзӱнчи ӱлӱзин темдектеерге), „*милли*" (бир муҥунчы ӱлӱзин темдектеерге); онойдо, *дециметр*—метрдиҥ бир онунчы ӱлӱзин темдектеп јат, *сантиметр*—метрдиҥ бир јӱзӱнчи ӱлӱзин, *миллиметр*—метрдиҥ бир муҥунчы ӱлӱзин.

Је „центиметр" деп сӧсти кӧп сабазында „сантиметр" деп французский сӧслӧ солуп јат.



1-кы чертёж.

1-кы чертёж сантиметрлерге ле миллиметрлерге ӱлеген 1 дециметрди (чын бойын) кӧргӱзип јат.

Метрге кратный кемјӱлерди греческий сӧстӧрлӧ мынайда айдар: *дека* (10), *гекто* (100), *кило* (1000); темдектезе, *декаметр*—10 метрди кӧргӱзип јат, *гектометр*—100 метрди, километр—1000 *метрди*.

Метрический кемјӱлердиҥ аттарын кыскарта мынайда темдектеер деп эткен:

Метрический кемјӱлердиҥ аттары	Орус темдектери	Латинский темдектери
метр	*м*	*m*
дециметр	*дм*	*dm*
сантиметр	*см*	*cm*
миллиметр	*мм*	*mm*
километр	*км*	k*m*

Площадьтарды кемјиирге квадратный кемјӱлерди тузаланып јат: квадратный метр, ӧскӧртӧ айтса, келтегейи 1 *м* болуп турган квадраттыҥ площади, квадратный декаметр база оноҥ до ары. Ондый кемјӱлердиҥ кажызына ла оноҥ јабыс разрядтыҥ 100 кемјӱзи кирип јат; темдектезе, квадратный дециметрге 100 квадратный сантиметр кирип јат.

Јаландардыҥ площадин (элбегин) кемјиирге *ар* (*а*) ла *гектар* (*га*) деп кемјӱлерди тузаланатан. Ар *квадратный декаметр* болуп јат; гектар дезе—100 ар, айдарда, ол *квадратный гектометр* болор.

Немелердиҥ объёмдорын кемјийтен кубический кемјӱлер бар: кубический метр, ӧскӧртӧ айтса, кыры 1 *м* болуп турган кубтыҥ объёмы, кубический дециметр база оноҥ до ары. Бу кемјӱлердиҥ кажызына ла јабыс разрядтыҥ 1000 кемјӱзи кирип јат, темдектезе, кубический метрге 1000 кубический дециметр кирип јат.

Бескениҥ единицазы—*грамм* (*г*). Грамм—кей јок јерде алынган, температуразы Цельсийле 4^0 (эмезе Реомюрле $3^0,2$) бир кубический сантиметр кайнаткан ару сууныҥ бескезине тӱҥей. Грамм дециграммдарга, сантиграммдарга ла миллиграмдарга бӧлӱнип јат; граммга кратный бескелерди мынайда адаар: декаграмм, гектограмм ла килограмм (кӧп сабазында кыскарта „*кило*“ деп адалат, *кг* деп темдектелет).

Тузаланатан база да кемјӱлер бар: 1000 килограммга тӱҥей *тонна*, 100 килограммга тӱҥей *центнер*.

Сосудтардыҥ ичкирин (база суйук ла тӧгӱлер немелердиҥ объёмын) кемјиирге *литр* (*л*) деп кемјӱни тузаланатан.

Бир кубический дециметр объёмго јуук объёмды *литр* деп айдатан. Чике айтса, эҥ јаан бескелӱ ле кейдиҥ базымы (давлениези) орто кеминде болордо алынган бир килограмм сууныҥ объёмын литр деп айдар. База 100 *л*-ге тӱҥей болуп турган *гектолитр* деп кемјӱ бар.

Оноҥ башка база децилитр, центилитр, декалитр, килолитр деп кемјӱлер бар.

110. Метрический системаныҥ эптӱзи. Кемјӱлердиҥ метрический системазында јаан учурлу мындый ӱч јеҥилте бар болуп јат: 1) башка-башка величиналардыҥ кемјӱлери *метр* деп тӧс кемјӱдеҥ тегин камаанду;

2) коштой турган разрядтардыҥ кемјӱлеринин отношениези бастыра да разрядтарга ла величиналарга бир тӱҥей (је площадьтардаҥ ла объёмдордоҥ башка алза, ондый болор); 3) бу отношение бистиҥ тоолоорыныҥ тӧзӧлгӧзине тӱҥей болуп турганда, адалганду тоолорло действиелерди бӱдӱрерге билдирӱлӱ јеҥил боло берет.

111. Ӧйдиҥ кемјӱлери. *Ӧйдиҥ* эки тӧс *кемјӱзи* бар: сутка ла јыл. Јер бойыныҥ осин эбиреде айланып келер ӧйгӧ јуук ӧйди *сутка* деп айдар; сутка 24 часка бӧлӱнип јат, 24 час дезе 1-деҥ 24-кӧ јетире эмезе 1-деҥ 12-ге јетире, оныҥ кийининде база катап 1-деҥ 12-ге јетире тоололып турган ӧй болуп јат. Сутканыҥ башталганын тӱн ортозынаҥ тоолоп јат. Эмдиги ӧйдӧ ары-бери јӱрӱжер јолдордыҥ, почталардыҥ, телеграфтардыҥ база радиоло куучындажарыныҥ практиказында („тал тӱштиҥ кийининде“, „тӱн ортозыныҥ кийининде“ деп сӧстӧрди айтпаска) частарды 0-даҥ ала 24-кӧ јетире тоолоор деп эткен.

Темдектезе, „2 час тӱш“ деп айдар ордына „14 час“ деп айдып јат, „7 час эҥир“ деп айдар ордына „19 час“ деп айдып јат. Сутка мынайда бӧлӱнип јат:

$$
\begin{aligned}
\text{сутка} &= 24 \text{ часка},\\
\text{час} &= 60 \text{ минутка},\\
\text{минут} &= 60 \text{ секундка}.
\end{aligned}
$$

Јер Кӱнди эбиреде толо айланып келер ӧйгӧ јуук ӧйди јыл деп айдар. Ээчий барган ӱч јылды 365 кӱннеҥ бодоор эткен, олордыҥ кийининде келер тӧртӱнчи јылды дезе—366 кӱнге. 366 кӱндӱ јылды *високосный* јыл деп айдар, 365 кӱндӱ јылдарды дезе *тегин* јылдар деп айдар. Тӧртӱнчи јылга бир артык кӱнди мындый шылтактаҥ улам кожуп јат. Јердиҥ Кӱнди эбиреде айланып келер ӧйи теп-теҥ 365 сутка эмес, 365 суткага ла 6 часка јуук болуп јат. Онойдордо, тегин јыл чын јылдаҥ 6 часка кыска, 4 тегин јыл дезе 4 чын јылдаҥ 24 часка, ӧскӧртӧ айтса, 1 суткага кыска. Оныҥ учун кажы ла тӧртӱнчи јылга бир сутка кожуп јат (29-чы февраль). Бу тушта тоозы 4-кӧ артканы јокко ӱлелип турган јылдарды високосный јылдар деп алатан (темдектезе, 1936, 1940 база оноҥ до ары).

Јыл *айлар* деп адалатан тӱҥей эмес 12 ӱлӱге бӧлӱнип јат. Ээчий-деечий адалып барган айлардыҥ аттары бу мындый: *январь* (31 кӱн), *февраль* (28 эмезе

29 кӱн), *март* (31 кӱн), *апрель* (30 кӱн), *май* (31 кӱн), *июнь* (30 кӱн), *июль* (31 кӱн), *август* (31 кӱн), *сентябрь* (30), *октябрь* (31), *ноябрь* (30), *декабрь* (31).

3 јылды 365 кӱннеҥ бодоп, тӧртӱнчи јылды 366 кӱнге бодоп алатан јыл тоолошты римский диктатор Юлий Цезарь тургускан (бистиҥ эрадаҥ озо 46 јылда), оныҥ учун оны *юлианский* эмезе *эски стиль* деп адайтан. Онойып јылдарды тоолооры революциядаҥ озо Россияда болгон, је Улу Октябрьский социалистический революцияныҥ кийининде оны телекейлик *јаҥы стильле*, эмезе *грегорианский* јыл тоолошло солуган (бу тоолошты 1582 јылда римский папа XIII Григорий тургускан учун, оны оныҥ адыла адаган). XX чакта ойди мынайда тоолооры эски стильдеҥ 13 кӱнге озо барып јат; темдектезе, эски стильле 10-чы декабрь болзо, јаҥы стильле 23 декабрь болор. Онойдордо, јаҥы стильдеҥ эски стильге кӧчӧргӧ, јаҥы стильдиҥ кандый бир кӱнинеҥ 13 кӱнди тескеери айрып тоолоор керек. Темдектезе, бисте 1936 јылдыҥ 5-чи марты болгон болзо, онызы эски стильле бу ок јылдыҥ 21-чи феврали болор, нениҥ учун дезе марттыҥ кӱнин тоолоп алала, арткан 8 кӱнди бис февраль айдыҥ кӱндеринеҥ айрып тоолойтон учурлу, бу ай дезе 1936 јылда 29 кӱндӱ болгон.

112. Грегорианский јыл тоолоштыҥ тӧзӧлгӧлӧри. Тӱш летӱн јаскыда теҥдежетен кӱннеҥ ала келер јылдыҥ ол ок кӱнине јетире ӧткӧн ойди *кӱн аайынча тоололотон јыл*, эмезе *тропический јыл* деп айдар; гражданский јыл тоолош аайынча 1 јылга бодолып турган ойди *гражданский јыл* деп айдатан. Јылдыҥ ойлӧриниҥ солунары Кӱнге кӧрӧ Јер канайда турганынаҥ камаанду болуп турганда, јылдыҥ ойлӧриниҥ солунары толо ӧдӱп турган ойди кӱн аайынча тоололотон јыл деп айдар. Оныҥ учун гражданский јыл кӱн аайынча тоололотон јылла учуражып турза, анчадала јарамыкту болор; јаҥыс ла мындый айалгада башка-башка эпохаларда јылдыҥ ойлӧри ол ок айларга келижип турар. Юлий Цезарьдыҥ тургускан јыл тооложы онызын толо јеткилдебей турган. Бу тоолошло гражданский јыл 365 кӱнге ле 6 часка бодолып турган, ол ок ойдӧ дезе кӱн аайынча тоололотон јыл 365 кӱн 5 час 48 минут 48 секундка јуук болуп јат, айдарла, юлианский тоолоштыҥ јылы (јууктада алза) кӱн аайынча тоололотон јылдаҥ 11 минут 12 секундка узун, онызы 400 јылдыҥ бажында 3 кӱнге јуук болор. Юлианский јыл тоолошты эҥ ле баштап 1582 јылда папа XIII Григорий тӱзеткен. Бу јылга јууктай гражданский јыл тоолоштыҥ ойи кӱн аайынча тоололотонынаҥ 10 суткага башкаланып турган, онойдордо, кӱн аайынча тоололотон ойлӧ 11-чи сентябрь болгондо, 1-кы сентябрь деп айдатандар. Гражданский ойди кӱн аайынча тоололотон ойлӧ теҥдештирип аларга, Григорий 1582 јылдыҥ 5-чи октябри-

ниҥ ордына 15-чи октябрь деп тоолоорго шӱӱлте берген. Jе ондый оройтыш мыныҥ да кийининде такылар учурлу болгондо, келер ӧйгӧ гражданский тоолоштыҥ кажы ла 400 jылын 3 суткага кыскартар деп тургускан. Бу кыскарту мынайда элилер учурлу болгон. Юлианский тоолошло номерлери толо jӱстер болуп турган jылдарды високосный jылдар деп бодоор, темдектезе, 1600, 1700 jылдар база оноҥ до ары барган jылдар юлианский jыл тоолош аайынча 366 кӱннеҥ болотон учурлу. Jе Григорий, jӱстериниҥ тоозы 4-кӧ ӱлелип турган jылдардаҥ башка, ончо jылдарды тегин jылдар деп тоолоор эткен. Мыныҥ керегинде грегорианский jыл тоолошло 1600 jыл високосный болор учурлу (16 4-кӧ ӱлелип jат), 1700, 1800, 1900 jылдар дезе —тегин jылдар, ол ок ӧйдӧ юлианский jыл тоолошло бу 4 jыл ончозы високосный деп тоололгон. Онойдордо, кажы ла 400 jыл ӱч суткага кыскартылып jат. XIII Григорийдиҥ тургускан тооложы *грегорианский* деп адалган. Оны эмдиги ӧйдӧ бастыра Европада тузаланып jадылар деп айдарга келижер. Грегорианский jыл тоолошты ӧскӧртӧ *jаҥы стиль* деп айдатан, юлианскийин дезе—*эски стиль* деп. 1582 jылда jаҥы стиль эски стильдеҥ 10 кӱнге озолой берген керегинде ле оныҥ кийининде дезе (1700, 1800, 1900 jылдарда) база 3 кӱн кожулган керегинде, эмдиги ӧйдӧ эски стиль jаҥы стильдеҥ 13 кӱнге соҥдоп турат.

113. Адалганду тоолор. Бӱдӱн тооны ла оны тургускан бирлердиҥ аттарын jаба адалганду тоо деп айдар. Онойдо, 5 карандаш, 3 метр, 37 грамм—*адалганду тоолор*. Тооны тургускан бирлердиҥ аттары кӧргӱзилбеген болзо, ондый тооны *ады jок* (отвлечённый) *тоо* деп айдар, 5, 3, 37—ады jок тоолор.

Кезик аразында „адалганду тоолор“ деп сӧстӧргӧ текши учур берилип jат. Бис кандый бир немени бескелеерибисте, бу немениҥ бескези 3 *кг* база ол ӱстӱне 350 *г* деп таап алганыбыс болзын; ол тушта бу немениҥ мынайда бичилген:

3 *кг* 350 *г*

бескезин база онойып ок адалганду тоо деп айдар (керектиҥ чынын алза, мында эки башка тоо ло эки башка кемjӱ). Онойдо ок 12 *м* 47 *см*-ди адалганду тоо деп айдар.

Адалганду тоого jаҥыс ла атту бирлер кирип турган болзо, темдектезе, 3 *кг*, оны *тегин* тоо деп айдар.

Адалганду тоого башка-башка аттарлу бирлер кирип турган болзо, темдектезе, 3 *кг* 500 *г*, оны *бириктирилген* (эмезе колболу) тоо деп айдар.

Адалганду эки тоо бир ле величинаны кӧргӱзип турган болзо, ондый тоолорды *тӱҥей* деп айдатан. темдектезе, 2 *км* 25 *м* деп колболу адалганду тоо

2025 *м* деп тегин адалганду тоого тӱҥей, ненин учун дезе бу тоолордыҥ экӱлези бир ле узунды кӧргӱзип јат.

Адалганду тооны кандый бир јабыс разрядтыҥ бирлерине кӧчӱргенин *ооктогоны* деп айдар, адалганду тооны ойто кайра бийик разрядтыҥ бирлерине кӧчӱргенин *кубулткааны* деп айдатан. Темдектезе, 2 *км* 25 *м*-ди 2025 *м*-ге кӧчӱрзе, ооктогоны болор, 2025 *м* деп тооны ойто кайра 2 *км* 25 *м*-ге кӧчӱрзе дезе, кубултканы болор.

114. Величиналарды кемјиирге ненин учун јаҥы тоолор керек. Класста канча стол эмезе садта канча агаш барын тоолоп аларга турган болзобыс, бистиҥ суракка каруузын јандырып беретен бӱдӱн тоо качан да болзо табылар. Оныҥ учун предметтердиҥ тоозын тоолоорго, бӱдӱн тоолордоҥ башка, кандый да ӧскӧ тоолор керек јок. Је бис, темдектезе, комнатаныҥ сынын кемјиирге турган болзобыс, узунныҥ талдап алган единицазы, темдектезе, метр, бу комнатаныҥ сынына канча катап киреринбилип аларга турганыбыс болуп јат. Бу тушта мындый да болордоҥ айабас: бис метрди 5 катап салала, комнатаныҥ сынында кемјилбей артып калган ӱлӱни темдектеп аларыбыс, је бистиҥ метрибис бу арткан ӱлӱге салынбай јат—ол метрдеҥ кыска. Кемјийтен узуныбыска (комнатаныҥ сынына) кемјӱниҥ единицазы (метр) 5 катаптаҥ кӧп, је алты катаптаҥ ас кирет. Айдарда, комнатаныҥ кемјийтен сынына метр канча катап кирип јат деген суракка кандый да бӱдӱн тоо каруузын јандырып болбос (ненин учун дезе 5-теҥ јаан, је 6-даҥ кичинек бӱдӱн тоо јок). Је бис бу сурактыҥ каруузына кандый бир ӧскӧ бӱдӱмдӱ тоо аларга турган болзобыс, бис бистиҥ ӱренип турган тоолор керегинде билерин элбеде кӧрӧр учурлу. Бис эмди ондый јаҥы тоолорды ӱренерине кӧчӱп јадыбыс.

IV БÖЛÿК.

ТЕГИН ДРОБЬТОР.

I. ТÖС ШŸŸЛТЕЛЕР.

115. Бирдиҥ ÿлÿлери. Бис кемјÿлердиҥ тÿҥей ÿлÿлерге ÿлелип турган бирлериле тушташканыбыс. Темдектезе, 1 *м* 100 *см*-ге ÿлелер; 1 сутка 24 часка ÿлелер.

Бис сантиметрди метрдиҥ *јÿзÿнчи* бöлÿги деп айдып јадыбыс, шак онойдо ок часты сутканыҥ *јирме тöртÿнчи* бöлÿги деп айдадыбыс. Миллиметр метрдиҥ *муҥунчы* бöлÿгин тургузып јат. Сутка тегин (öскöртö айтса, високосный эмес) јылдыҥ *ÿч јÿс алтан бежинчи* бöлÿги болуп јат. Бастыра бу учуралдарда кöп сабазында „бöлÿк" деп сöстиҥ ордына „ÿлÿ" деп айдып јат. Онойдо, грамм—килограммныҥ *муҥунчы* ÿлÿзи, минут дезе—частыҥ *алтаныҥчы* ÿлÿзи.

Экинчи ÿлÿни кыскарта *јарым* деп айдар. Ÿч ÿлÿниҥ бир ÿлÿзин—*ÿчÿнчи ÿлÿзи*, тöрт ÿлÿниҥ бир ÿлÿзин—*тöртÿнчи ÿлÿзи* деп айдар.

116. Дробный тоо. ***Бирдиҥ бир ÿлÿзин эмезе бир канча тÿҥей ÿлÿлериниҥ бириккенин дробь деп айдар.***

Темдектезе: 1 онунчы, 3 бежинчи, 12 јетинчи—дробьтор.

Бÿдÿн тоо дробьло кожо *колушкан тоо* болуп јат; темдектезе, 3 бÿдÿн 7 сегизинчи (öскöртö айтса, 3 бÿдÿн бирлерге база бир бÿдÿнниҥ 7 сегизинчи ÿлÿзин кошкон).

Бÿдÿн бирлер кирген *бÿдÿн тоолордоҥ* башка, дробьторды ла колушкан тоолорды *дробный тоолор* деп айдатан.

117. Дробьты темдектеп кöргÿзери. Дробьты мынайда темдектеп кöргÿзер эткен: дробьто канча бирлер барын кöргÿзип турган тооны бичийле, оныҥ ал-

дынча чийӱ тартар; канча тӱҥей ӱлӱлерге дробьтогы бир ӱлелгенин кӧргӱзип турган тооны чийӱниҥ алдына бичиир. Темдектезе, ӱч бежинчини мынайда темдектеп кӧргӱзетен: $\frac{3}{5}$.

Чийӱниҥ ӱстӱнде турган тооны дробьтыҥ *числители* деп айдар; ол дробьтогы ӱлӱлердиҥ тоозын кӧргӱзип јат. Чийӱниҥ алдында турган тооны дробьтыҥ *знаменатели* деп айдар; ол бирдиҥ тӱҥей ӱлӱлерге ӱлелген тоозын кӧргӱзип јат. Бу эки тооны јаба *дробьтыҥ члендери* деп айдатан.

Колушкан тооны мынайда темдектеп јат: бӱдӱн тооны бичийле, оныҥ оҥ јанына дробьты бичиир; темдектезе, 3 бӱдӱн ле эки јетинчини мынайда кӧргӱзетен: $3\frac{2}{7}$.

118. Кемјиир тушта дробный тоолор боло берери. Бис кандый бир немениҥ узунын метрле кемјиирге турганыбыс болзын. Кемјиир тушта немениҥ узунына метр 7 катап салынган база метрдеҥ кыска кандый бир артканы болгон деп алалык. Бу артканын кемјиирге, бис артканына јаҥы арткани јокко салынар ӱлӱни, чике айтса, метрдиҥ кандый бир ӱлӱзин бедиреп јадыбыс. Метрдиҥ онунчы ӱлӱзи бу артканына бӱткӱл 3 катап салынган болзын. Ол тушта бис бу кемјип турган немениҥ узуны $7\frac{3}{10}$ метр деп айдарыбыс.

Дробный тоолор база онойдо ок кандый бир немелерди бескелеер тушта боло берер (темдектезе, $2\frac{1}{4}$ грамм), ойди кемјиир тушта болор (темдектезе, $\frac{7}{10}$ час) база оноҥ до ары.

Онойдо, дробный тоолор *кандый бир немелерди кемјиир тушта боло берердеҥ маат јок.*

119. Бӱдӱн тооны тӱҥей ӱлӱлерге ӱлеер тушта дробный тоолор боло берери. 5 *кг* калашты 8 тӱҥей ӱлӱге ӱлеерге керек болзын. Бу ӱлешти бис мынайда эдер аргалу: кажы ла килограмм калаш 8 тӱҥей ӱлӱге (сегизинчи ӱлӱлерге) ӱлелип калган деп бодойлыктар; ол тушта 5 *кг* калашта ондый ӱлӱлер $8 \cdot 5$ болор,

эмезе 40; 5 *кг* калаштыҥ бир сегизинчи ӱлӱзинде дезе 40 : 8 болор, ӧскӧртӧ айтса, 5 ондый ӱлӱ болор. Айдарда, 5 *кг*-ныҥ сегизинчи ӱлӱзи килограммныҥ $\frac{5}{8}$ ӱлӱзине тӱҥей (текши де алза, кандый бир 5 бирдиҥ сегизинчи ӱлӱзи ондый ок јаҥыс бирдиҥ $\frac{5}{8}$ ӱлӱзи болор).

База бир пример алалыктар: 28 деп тооны 5 катапка астадар керек, ӧскӧртӧ айтса, 28-тиҥ ордына бу тооныҥ бир бежинчи ӱлӱзин алар керек. 28 деп тоо 25-тиҥ ле 3-тиҥ суммазы. 25 деп тооныҥ бир бежинчи ӱлӱзи 5 болор. 3-тиҥ бежинчи ӱлӱзин табарга, кажы ла бирди 5 тӱҥей ӱлӱге ӱлеп ийеликтер; кажы ла бирдеҥ $\frac{1}{5}$-ни алып, ӱч бирдиҥ бежинчи ӱлӱзи $\frac{3}{5}$ болор деп табарыбыс. Айдарда, 28 деп тооныҥ бежинчи ӱлӱзи $5\frac{3}{5}$ болор.

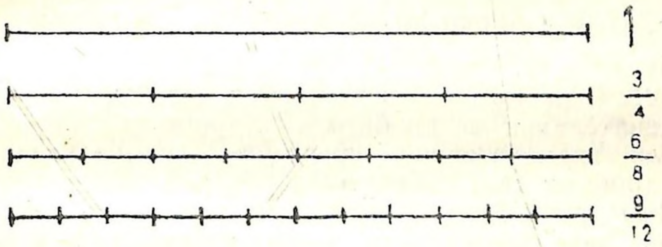
Јe 28 деп тооныҥ бежинчи ӱлӱзин мынайда да таап алар аргалу: јаҥыс бирдиҥ бежинчи ӱлӱзи $\frac{1}{5}$ болор; ондый ок ӧскӧ бирдиҥ бежинчи ӱлӱзи база $\frac{1}{5}$ болор; онойдо ок, 28 бирдиҥ кажызынаҥ ла бежинчи ӱлӱзин алар болзобыс, $\frac{28}{5}$ болор. Онойдордо, **бӱдӱн тооны бир канча тӱҥей ӱлӱлерге ӱлеерге, бу бӱдӱн тооны дробьтыҥ числители эдип алар, знаменателине дезе бӱдӱн тооны канча тӱҥей ӱлӱлерге ӱлейтенин кӧргӱзип турган тооны бичиир.**

Примерлер. 7 деп тооныҥ бир он экинчи ӱлӱзи $\frac{7}{12}$ болор; 15 деп тооныҥ тӧртӱнчи ӱлӱзи $\frac{15}{4}$ болуп ат; $\frac{8}{13}$ деп дробь—8 деп тооныҥ он ӱчӱнчи ӱлӱзи; $\frac{29}{6}$ деп дробь—29 деп тооныҥ бир алтынчы ӱлӱзи.

Чыккан шӱӱлте. Кандый ла дробьты јӱк ле бирдиҥ канча-канча тӱҥей ӱлӱлериниҥ бириккени деп кӧрӧр эмес, јe оны *канча-канча бӱдӱн де бирлердиҥ бир*

ӱлӱзи деп кӧрӧргӧ јараар. Темдектезе, $\frac{5}{8}$ деп дробь јаҥыс ла бирдиҥ 5 сегизинчи ӱлӱзи болуп турган эмес, је 5 те бирдиҥ бир сегизинчи ӱлӱзи болуп јат.

120. Дробный тоолордыҥ тӱҥей эмес болоры. *Кемјӱлердиҥ бир тӱҥей бирлери тушта* эки дробный тооло кӧргӱзилген величиналар бойлоры ортодо тӱҥей болзо, ондый дробный тоолорды тӱҥей деп айдатан.



2-чи чертёж.

Кандый бир дробьты алалык, темдектезе, $\frac{3}{4}$ (бу дробь 2-чи чертёжто кӧргӱзилген чийӱниҥ $\frac{3}{4}$ ӱлӱзи болзын). Кажы ла тӧртӱнчи ӱлӱзин каборто ӱлеп ийеликтер. Ол тушта оноҥ кичинек ӱлӱлер боло берер; бир тӧртӱнчи ӱлӱде 2 ондый ӱлӱ болор; айдарда, бирге ондый $2 \cdot 4 = 8$ ӱлӱ кирер; онойткондо, бу—сегизинчи ӱлӱлер; ӱч тӧртӱнчи ӱлӱге $2 \cdot 3 = 6$ сегизинчи ӱлӱлер кирер; айдарда, $\frac{3}{4}$ деп дробь $\frac{6}{8}$ деп дробько *тӱҥей*; мыныла бис бирӱзи $\frac{3}{4}$ *м*, экинчизи дезе $\frac{6}{8}$ *м* болуп турган эки чийӱ бойлоры ортодо тӱҥей деп айдарга турубыс; эмезе бир育 немениҥ бескези $\frac{3}{4}$ *кг* бололо, экинчи немениҥи дезе $\frac{6}{8}$ *кг* болзо, ол немелердиҥ бескелери тӱҥей база оноҥ до ары.

Кемјӱлердиҥ бир тӱҥей бирлери тушта тӱҥей эмес эки дробный тооныҥ бирӱзи јаан величинаны кӧргӱзип турган болзо, оны јаан дробный тоо деп

айдатан. Онойдо, бис $\frac{1}{5} > \frac{1}{8}$ деп айдып турган болзобыс, бис, темдектезе, $\frac{1}{5}$ грамм $\frac{1}{8}$ граммнаҥ кӧп, $\frac{1}{5}$ час $\frac{1}{8}$ частаҥ кӧп деп темдектеп кӧргӱзерге јадыбыс база оноҥ до ары.

Эки дробьтыҥ числительдери тӱҥей болзо, *знаменатели кичинек* дробь—јаан дробь болор, нениҥ учун дезе ого, экинчизине кӧрӧ, бирдиҥ тӱҥей тоолу оноҥ јаан ӱлӱлери кирип јат. Темдектезе, $\frac{2}{3}$ деп дробь $\frac{2}{5}$ деп дробьтоҥ јаан.

121. Чын дробь ло чын эмес дробь. Числители знаменателинеҥ ас дробьты *чын* дробь деп айдар; числители знаменателинеҥ кӧп эмезе знаменателине тӱҥей дробьты дезе *чын эмес* дробь деп айдар.

Чын дробь бирдеҥ кичинек болоры јарт, чын эмес дробь дезе бирдеҥ јаан эмезе бирге тӱҥей болор, темдектезе:

$$\frac{7}{8} < 1; \ \frac{8}{8} = 1; \ \frac{9}{8} > 1.$$

122. Бӱдӱн тооны чын эмес дробько кӧчӱрери. Кандый ла бӱдӱн тооны бирдиҥ учураган ла ӱлӱлериле бичип кӧргӱзер аргалу. Темдектезе, 8-ти јирменчи ӱлӱлерле кӧргӱзерге керек болзын. Сок јаҥыс бирге 20 јирменчи ӱлӱлер кирип јат; онойткондо, 8 бирде олордыҥ тоозы 20 · 8, эмезе 160 болор. Айдарда,

$$8 = \frac{20 \cdot 8}{20} = \frac{160}{20}.$$

Онойдо ок 25 деп тоо тӧртӱнчи ӱлӱлерле $\frac{100}{4}$ деп темдектелер, 100 деп тоо он јетинчи ӱлӱлерле $\frac{1700}{17}$ деп темдектелер база оноҥ до ары.

***Ээжи.* Бӱдӱн тооны берилген знаменательдӱ чын эмес дробьло бичип кӧргӱзерге, бу знаменательди бӱдӱн тоого катаптайла, болгон произведениени числитель эдип алар, знаменателине дезе берилген знаменательди бичиир керек.**

Јару. Кезикте бӱдӱн тооны числители бу берилген тоого тӱҥей, знаменатели дезе бирге тӱҥей болор

дробьло бичиирге керектӱ болуп јат. Онойдо, кезикте 5-тиҥ ордына $\frac{5}{1}$ (беш биринчи) деп бичийтен. Мынайда бичилген примерлер чокум шӱӱлтелӱ болзын деп, тоонын „баштапкы" бӧлӱги (числители) тоо бойы деп адалат.

123. Колушкан тооны чын эмес дробько кӧчӱрери. $8\frac{3}{5}$ деп колушкан тооны чын эмес дробько кӧчӱрерге керек болзын. Мынызы бу 8 бӱдӱнге ле ол ок бирдиҥ ӱч бежинчи ӱлӱзине јаба канча бежинчи ӱлӱлер кирип турганын билип алар дегени болуп јат. Јаҥыс бирге 5 бежинчи ӱлӱлер кирип јат; онойткондо, сегис бирде ондый бежинчи ӱлӱлер $5 \cdot 8$, эмезе 40 болор; айдарда, сегис бирде ле ӱч бежинчиде јаба $40+3$, ӧскӧртӧ айтса, ондый 43 ӱлӱ болор.

Онойткондо, $8\frac{3}{5}=\frac{43}{5}$. Онойдо ок:

$$3\frac{7}{8}=\frac{8 \cdot 3+7}{8}=\frac{31}{8};$$

$$10\frac{1}{4}=\frac{4 \cdot 10+1}{4}=\frac{41}{4}.$$

Ээжи. **Колушкан тооны чын эмес дробько кӧчӱрерге, бӱдӱн тооны знаменательге катаптайла, болгон произведениеге числительди кожуп ийер, оныҥ кийининде бу сумманы дробтыҥ числители эдип алар, знаменателин дезе кубултпай артырып койор.**

124. Чын эмес дробьты колушкан тоого кӧчӱрери. $\frac{100}{8}$ деп чын эмес дробьты колушкан тоого кӧчӱрерге, ӧскӧртӧ айтса, бу чын эмес дробьто канча бӱдӱн бирлер барын ла бир болбой турган канча сегизинчи ӱлӱлер барын билип аларга керек болзын. Бирге сегис сегизинчи кирип турганда, 100 сегизинчиге сегис сегизинчи канча катап кирер, 100 сегизинчиге анча ок бирлер кирер. 8 сегизинчи 100 сегизинчиге 12 катап кирет, 4 сегизинчи дезе артып калат. Айдарда, 100 сегизинчиге 12 бӱдӱн бир ле 4 сегизинчи ӱлӱ кирип јат. Онойдордо:

$$\frac{100}{8} = 12\frac{4}{8}.$$

Онойдо ок:

$$\frac{59}{8}=7\frac{3}{8};\quad \frac{314}{25}=12\frac{14}{25};\quad \frac{85}{17}=5;\quad \frac{25}{25}=1.$$

Ээжи. **Чын эмес дробьты колушкан дробько эмезе бӱдӱн тоого кӧчӱрерге, числительди знаменательге ӱлеп jат; бу ӱлеерде болгон бӱдӱн частный бӱдӱн бирлердиҥ тоозын кӧргӱзер, арткан ы дезе колушкан тоодо бирдиҥ база канча ӱлӱлери барын кӧргӱзер.**

Чын эмес дробьты колушкан тоого кӧчӱрерин кезикте бу дробьтоҥ *бӱдӱн тооны чыгарары* деп айдатан.

II. ДРОБЬТЫҤ ЧЛЕНДЕРИ КУБУЛГАНЫНАҤ ОНЫҤ ВЕЛИЧИНАЗЫ КУБУЛАРЫ.

125. Дробьтыҥ члендерин экӱлезин тӱҥей тоо катапка кӧптӧдӧри эмезе астадары. 2-чи чертёжты (97 стр.) ойто катап аjарып кӧрӧликтер; 120 §-та бис кажы ла тӧртӱнчи ӱлӱни 2 тӱҥей ӱлӱге ӱлегенибис; онойдо, сегизинчи ӱлӱлер боло берген; ӱч тӧртӱнчи ӱлӱге 6 сегизинчи ӱлӱ кирип jат, оныҥ учун, бистиҥ кӧргӧнибис аайынча болзо, $\frac{3}{4}$ деп дробь $\frac{6}{8}$ деп дробько тӱҥей.

Кажы ла тӧртӱнчи ӱлӱни эки ӱлӱге ӱлеер ордына 3 тӱҥей ӱлӱге ӱлеп ийзебис, оноҥ оогош ӱлӱлер боло берер, олор бӱдӱн бирде $3 \cdot 4$, ӧскӧртӧ айтса, 12 болор (айдарда, бу он экинчи ӱлӱлер болор), ӱч тӧртӱнчиде дезе олор $3 \cdot 3$, ӧскӧртӧ айтса, 9 болор; ол тушта $\frac{3}{4}$ ордына величиназы $\frac{3}{4}$ деп дробько тӱҥей $\frac{9}{12}$ деп дробь боло берер. Онойдордо, кажы ла тӧртӱнчи ӱлӱни 2-ге, 3-ке, 4-кӧ, 5-ке база оноҥ до ары барган тӱҥей ӱлӱлерге ооктоп ийзебис, величиналары тӱҥей мындый дробьтор болор:

$$\frac{3}{4}=\frac{6}{8}=\frac{9}{12}=\frac{12}{16}=\frac{15}{20}=\frac{18}{24}=\dots$$

Экинчизинеҥ ала бу дробьтордыҥ кажызы ла $\frac{3}{4}$ деп баштапкы дробьтыҥ числителин ле знаменателин

бир тӱҥей тоого, темдектезе, 2-ге, 3-ке, 4-кö, 5-ке база оноҥ до ары барган тоолорго катаптаганынаҥ бӱдӱп ӏат; айдарда, **дробтыҥ числителин ле знаменателин бир тӱҥей тоого катаптаза, дробтыҥ величиназы кубулбас** (эмезе дробтыҥ числителин ле знаменателин тӱҥей тоо катапка кöптöтсö, дробтыҥ величиназы кубулбас деп айдарга кем ӏок).

Дробтыҥ бу свойствозын текши бӱдӱмиле мынайда бичиирге ӏараар:

$$\frac{a}{b}=\frac{am}{bm}.$$

Мынаҥ кöргöндö, **дробтыҥ числителин ле знаменателин бир тӱҥей тоого ӱлезе де, дробтыҥ величиназы кубулбас** (эмезе дробтыҥ члендерин тӱҥей тоо катапка астатса, оныҥ величиназы кубулбас деп айдарга кем ӏок). Темдектезе, $\frac{30}{50}$ деп дробтыҥ члендери экӱлези 10-го ӱлелип турганын кöрӱп алала, бис бу дробты $\frac{3}{5}$ деп дробьло солуп койор аргалу, нениҥ учун дезе $\frac{3}{5}$ деп дробь $\frac{30}{50}$ деп дробтыҥ числителин ле знаменателин 10 катапка астатканынаҥ болуп ӏат.

126. Дробтыҥ ӏаҥыс членин бир канча катапка кöптöдöри эмезе астадары. Дробтыҥ числителин бир канча катапка кöптöтсö (эмезе астатса), дробь анча ок катапка кöптööр (эмезе астаар). Темдектезе, $\frac{4}{10}$ деп дробтыҥ числителин 3 катапка кöптöдип ийзебис, $\frac{12}{10}$ деп дробь болор. Бу дробь азыйдагызынаҥ 3 катап ӏаан, нениҥ учун дезе ого ӱч катап кöп ӱлӱлер кирип ӏат, ӱлӱлер дезе кубулбай артып калган.

Дробтыҥ знаменателин бир канча катапка кöптöтсö (эмезе астатса), дробь анча ок катапка астаар (эмезе кöптööр): Темдектезе, $\frac{4}{10}$ деп дробтыҥ знаменателин 5 катапка кöптöтсöбис, $\frac{4}{50}$ деп дробь болор. Бу дробь азыйдагызынаҥ 5 катап ас, нениҥ учун дезе

(125 § аайынча) $\frac{4}{10}=\frac{4\cdot 5}{10\cdot 5}=\frac{20}{50}$, $\frac{20}{50}$ дезе $\frac{4}{50}$-деӊ 5 катап јаан.

127. Дробьты бир канча катапка кӧптӧдӧри эмезе астадары. Дробьтыӊ числителин эмезе знаменателин кубултканынаӊ улам дробь канайда кубуларын билип, бис оноӊ мындый *ээжилер* чыгарып алар аргалу:

1) дробьты бир канча катапка кӧптӧдӧргӧ, оныӊ числителин анча ок катапка кӧптӧдип ийер эмезе оныӊ знаменателин анча ок катапка астадып ийер керек;

2) дробьты бир канча катапка астадарга, оныӊ числителин анча ок катапка астадып ийер эмезе оныӊ знаменателин анча ок катапка кӧптӧдип ийер керек.

Примерлер:

$\frac{7}{12}$-ни 5 катапка кӧптӧтсӧбис, $\frac{35}{12}$ болор.

$\frac{7}{12}$-ни 6 катапка кӧптӧтсӧбис, $\frac{42}{12}$, эмезе $\frac{7}{2}$ болор.

$\frac{8}{9}$-ны 7 катапка астатсабыс, $\frac{8}{63}$ болор.

$\frac{8}{9}$-ны 4 катапка астатсабыс, $\frac{8}{36}$, эмезе $\frac{2}{9}$ болор.

Числительди бир канча катапка астадарын (дробь астаар тушта) эмезе знаменательди бир канча катапка астадарын (дробь кӧптӧӧр тушта) бастыра учуралдарда бӱдӱрип болор деп айдарга јарабас (онызы берилген примерлердеӊ кӧрӱнет), је числитель эмезе знаменатель дробьты канча катапка астадарын эмезе кӧптӧдӧрин кӧргӱзип турган тоого ӱлелер болзо, јаӊыс ла ол тушта ӧрӧги действиелерди бӱдӱрер аргалу.

128. Дробьтыӊ члендерин экӱлезин јаӊыс тоого кӧптӧдӧри эмезе астадары. $\frac{a}{b}$ деп дробьтыӊ числителине ле знаменателине m деп тооны кожуп ийгенибис болзын; ол тушта $\frac{a+m}{b+m}$ деп јаӊы дробь боло берер. Јаӊы дробьты азыйгы дробьло тӱӊдештирип кӧрӧликтер. Онойып эдерге азыйгы дробьтыӊ члендерин экӱлезин $b+m$ деп тоого катаптайла, јаӊы дробьтыӊ члендерин дезе b-ге катаптап ийеликтер.

$$\frac{a}{b}=\frac{a(b+m)}{b(b+m)};\qquad \frac{a+m}{b+m}=\frac{(a+m)b}{(b+m)b}.$$

Бу дробьтордыҥ знаменательдери тӱҥей болуп турганда, эмди олордыҥ числительдерин тӱҥдештирип кӧрӧликтер:

$$a(b+m)=ab+am \text{ база } (a+m)b=ab+bm.$$

Болгон суммалардаҥ ab-деҥ айрып ийеле, баштапкы учуралда am болор деп, 2-чи учуралда bm болор деп табарыбыс. Алган дробь бирдеҥ ас болзо, ӧскӧртӧ айтса, $a<b$ болзо, ол тушта $am<bm$; айдарда, чын дробь ого бир тооны кошконынаҥ кӧптӧй берген. Бу дробь бирдеҥ јаан болзо, ӧскӧртӧ айтса, $a>b$ болзо, ол тушта $am>bm$; айдарда, мындый дробь ого тооны кошконынаҥ астай берген. Онойдордо:

дробьтыҥ члендерине јаҥыс тооны кошконынаҥ улам бирдеҥ ас дробь кӧптӧп јат, бирдеҥ јаан дробь дезе астап јат.

Темдектезе, $\frac{1}{2}$ деп дробьты алала, оныҥ числителине ле знаменателине бирдеҥ кожуп ийзе, $\frac{1+1}{2+1}=\frac{2}{3}$ деп дробь болор, бу дробь $\frac{1}{2}$-деҥ јаан; $\frac{2}{3}=1\frac{1}{2}$ деп дробьты алала, оныҥ члендерине база бирдеҥ кожуп ийзе, ол тушта $\frac{3+1}{2+1}=\frac{4}{3}=1\frac{1}{3}$ деп дробь болор, бу дробь $\frac{3}{2}$-деҥ ас болор.

III. ДРОБЬТЫ КЫСКАРТАРЫ.

129. Дробьты „кыскартары" дегени не. *Дробьтыҥ числителин ле знаменателин јаҥыс тоого ӱлеп, оны ого тӱҥей, је кичинек члендерлӱ дробьло солуурын дробьты кыскартары деп айдар.*

Дробьтыҥ члендери, бирдеҥ башка, текши ӱлеечилӱ болзо, јаҥыс ла ол тушта дробьты кыскартар аргалу дегени јарт, темдектезе, $\frac{8}{12}$ деп дробьты кыскартарга јараар, $\frac{9}{20}$ деп дробьты дезе кыскартарга јарабас, нениҥ учун дезе баштапкы дробьтыҥ числители ле знаменатели бирдеҥ ӧскӧ текши ӱлеечилӱ, чокумдап айтса, 4 деп ӱлеечилӱ (кыскарткан кийининде $\frac{2}{3}$ деп дробь болуп јат), экинчи дробьтыҥ числителинде ле знаменателинде дезе, бирдеҥ башка, кандый да текши

ӱлеечи јок. Кыскартып болбос дробьты *кыскартылбас* дробь деп айдар.

130. Кыскартар эки эп. Баштапкы эп (у л а й к ы с к а р т ы п б а р а р ы); бу эпле кыскартарга, элдеҥ озо тоолордыҥ ӱлелерин танылулары аайынча, берилген дробьтыҥ числители ле знаменатели (бирдеҥ башка) кандый бир текши ӱлеечилӱ болор бо дегенин билип алар керек; ондый текши ӱлеечи бар болзо, дробьты ого ӱлеп кыскартар; онойып кыскартарда болгон дробьты, аргалу болзо, ол ок јолло катап кыскартар, мынайда улай кыскартарын, кыскартылбас дробь болгончо, бӱдӱрип барар.

Темдектезе:

$$\frac{\overset{10}{\overbrace{840}}}{3600}=\frac{\overset{4}{\overbrace{84}}}{360}=\frac{\overset{3}{\overbrace{21}}}{90}=\frac{7}{30}.$$

Дробьты кандый тоого кыскартып турганын ундубаска, баштап тарыйын ол тооны дробьтыҥ ӱстӱне бичиир керек. Оноҥ ары, таскаган кийининде, оны чийбезе де кем јок.

Экинчи эп (б ӱ т к ӱ л и н ч е, э м е з е т у р г у з а л а к ы с к а р т а р ы); бу эпле кыскартарга, дробьтыҥ члендеринин эҥ јаан текши ӱлеечизин таап алала, ол бирге тӱҥей эмес болзо, дробьтыҥ члендерин экӱлезин ого ӱлеп јат. Темдектезе, $\frac{391}{527}$ деп дробьты кыскартарга керек болзын. Онойып эдерге 391 ле 527 деп тоолордыҥ эҥ јаан текши ӱлеечизин табала (ол 17 болор), оныҥ кийининде дробьтыҥ члендерин ого ӱлеп кыскартарыбыс:

$$\frac{391}{527}=\frac{391:17}{527:17}=\frac{23}{31}.$$

Бу учуралда кыскарткан кийининде кыскартылбас дробь болор. Чындап та айткажын, дробьтыҥ члендеринин эҥ јаан текши ӱлеечизине бу члендердеги бастыра текши тегин кӧптӧдӧӧчилер кирер учурлу; оныҥ учун ого числительди ле знаменательди ӱлеп ийзебис, болгон частныйлар бойында (бирдеҥ башка) кандый да текши кӧптӧдӧӧчилерди тудуп болбос, онойткондо, олордо кандый да текши ӱлеечилер болбос.

131. Кыскартылбас дробьтор керегинде. ***Теорема.*** *Берилген дробь кандый бир кыскартылбас дробько тӱҥей болзо, берилген дробьтыҥ члендери бу кыскартылбас дробьтыҥ члендерин кандый бир бӱдӱн тоого катаптаганынаҥ улам болор.*

Мындый болзын:

$$\frac{a}{b}=\frac{a_1}{b_1},$$

ого ӱзеери, баштапкы дробь кыскартылбас деп, ӧскӧртӧ айтса, оныҥ a ла b деп члендеринде, бирдеҥ башка, кандый да текши ӱлеечилер јок деп алалыктар. Тӱҥей тоо катап кратный болуп, a_1 a-га кратный, b_1 дезе b-ге кратный болуп турганыныҥ чынын кӧргӱзер керек. Чынын кӧргӱзерге экинчи дробьтыҥ члендерин экӱлезин b-ге, баштапкы дробьтыҥ члендерин дезе b_1-ге катаптап ийеликтер; онойып эткениҥ дробьтордыҥ величиналары кубулбай турганда, мындый тӱҥейлик болор:

$$\frac{ab_1}{bb_1}=\frac{a_1b}{b_1b},$$

мынаҥ таап аларыбыс:

$$ab_1=a_1b.$$

ab_1 деп произведение a-га ӱлелип јат; айдарда, a_1b деп произведение база a-га ӱлелер, је b, берилгени аайынча, a-ла кожо бойлоры ортодо тегин тоолор; оныҥ учун a_1-диҥ a-га ӱлелери керек (88 §). a_1-ди a-га ӱлеерде болгон частныйды m деп буквала темдектейле, $a_1=am$ деп бодоор арга бар, оныҥ кийининде калганчы тӱҥейликтеҥ мындый болор:

$$ab_1=amb.$$

Бу тӱҥейликтиҥ кажы ла јанын a-га ӱлезебис, мындый болор:

$$b_1=mb.$$

Онойдордо, $a_1=am$ база $b_1=bm$ болор эмтир, биске дезе шак ла мыныҥ чынын кӧргӱзерге керек болгон.

Теоремадаҥ чыккан 1-кы шӱӱлте. *Кыскартылбас эки дробьтыҥ числительдери ле знаменательдери тӱҥей болзо, јаҥыс ла ол тушта мындый дробьтор тӱҥей болор.*

Теоремадаҥ чыккан 2-чи шӱӱлте. *Кандый ла дробь кыскартылбас јӱк ле бир дробько тӱҥей.* Чындап та айткажын, кандый ла дробь кыскартылбас бир ле дробько тӱҥей деп, кыскартар экинчи эп (130 §) кӧргӱзип јат; алган дробь эки ондый дробько тӱҥей болзо, бу кыскартылбас эки дробь бойлоры ортодо тӱҥей болор эди, је теоремадаҥ чыккан 1-кы шӱӱлте аайынча ондый болбос учурлу. Онойдордо, берилген дробь, чындап та айтса, кыскартылбас јӱк ле бир дробько тӱҥей.

IV. ДРОБЬТОРДЫ ЭҤ КИЧИНЕК ТЕКШИ ЗНАМЕНАТЕЛЬДӰ ЭДЕРИ.

132. Јартаганы. Темдек эдип $\frac{5}{12}$ ле $\frac{7}{15}$ деп эки дробь-

ты алала, бу дробьторды бирдиҥ тӱҥей ӱлӱлериле кӧргӱзип болор бо, јок по деп, бойыбыска сурак береликтер. $\frac{5}{12}$ деп дробь кыскартылбай јат; оныҥ учун $\frac{5}{12}$ деп дробь теҥдешкедий дробьтордыҥ знаменательдери 12-ге кратный тоолор болор учурлу. Ӧскӧ сӧстӧрлӧ айтса, бу дробьты, он экинчи ӱлӱлерден башка, јирме тӧртӱнчи ӱлӱлерле, одус алтынчы ӱлӱлерле, тӧртӧн сегизинчи ӱлӱлерле база оноҥ до ары барган ӱлӱлерле кӧргӱзерге јараар. База онойдо ок, кыскартылбас $\frac{7}{15}$ деп дробь теҥдешкедий дробьтордыҥ знаменательдери 15-ке кратный болор учурлу; онойткондо, бу эки дробьтыҥ текши знаменатели 12-ге ле 15-ке текши кратный болор учурлу, эҥ кичинек текши знаменатели дезе 12 ле 15 деп тоолордыҥ эҥ кичинек текши кратныйы болор учурлу. Бу тоолордыҥ эҥ кичинек текши кратныйын таап алалыктар:

$$12=2\cdot2\cdot3$$
$$15=3\cdot5$$
$$\text{эҥ к. т. кр.}=2\cdot2\cdot3\cdot5=60.$$

Шак бу тоо $\frac{5}{12}$ ле $\frac{7}{15}$ деп дробьтордыҥ эҥ кичинек текши знаменатели болор. Бу дробьтордыҥ кажызын ла алтанынчы ӱлӱлерле кӧргӱзерге, олордыҥ знаменательдерине *кожулта кӧптӧдӧӧчилер* деп адалып турган тоолорды таап аларыбыс, ӧскӧртӧ айтса, кажы ла знаменательге тоо таап аларыбыс, *ондый тоого знаменательди катаптаза, эҥ кичинек текши знаменатель боло берер.* $60=12\cdot5=15\cdot4$ болуп турганда, 60 болзын деп, 12-ни 5-ке катаптаар, 15-ти дезе 4-кӧ катаптаар керек. Дробьтордыҥ величиналары кубулбазын деп, кажы ла дробьтыҥ числителин оныҥ знаменателин катаптаган ол ок тоого катаптаар керек; оныҥ учун:

$$\frac{5}{12}=\frac{5\cdot5}{12\cdot5}=\frac{25}{60};\quad \frac{7}{15}=\frac{7\cdot4}{15\cdot4}=\frac{28}{60}.$$

База $\frac{4}{90}, \frac{7}{20}, \frac{8}{75}$ деп дробьторды эҥ кичинек текши знаменательдӱ эдерге керек болзын. Олордыҥ баштапкызы—кыскартылар дробь; кыскарткан кийининде ол $\frac{2}{45}$

болор; арткандары дезе—кыскартылбас дробьтор. 45, 20, 75 деп бастыра знаменательдердиҥ эҥ кичинек текши кратныйын таап алалыктар:

45=3 · 3 · 5 кожулта кӧптӧдӧӧчи 45-ке=20
20=2 · 2 · 5 „ „ 20-ге=45
75=3 · 5 · 5 „ „ 75-ке=12

эҥ к. т. кр.=3 · 3 · 5 · 2 · 2 · 5=900.

Эмди кажы ла дробьтыҥ члендерин кожулта кӧптӧдӧӧчиге катаптап ийеликтер:

$$\frac{2}{45}=\frac{2\cdot 20}{45\cdot 20}=\frac{40}{900};\ \frac{7}{20}=\frac{7\cdot 45}{20\cdot 45}=\frac{315}{900};\ \frac{8}{75}=\frac{8\cdot 12}{75\cdot 12}=\frac{96}{900}.$$

Ээжи. **Дробьторды эҥ кичинек текши знаменательдӱ эдип аларга, элдеҥ озо олорды, аргалу болзо, кыскартып јат, оныҥ кийининде бастыра знаменательдердиҥ эҥ кичинек текши кратныйын ла кажы ла знаменательге келишкедий кожулта кӧптӧдӧӧчини таап јат; калганчызында, кажы ла дробьтыҥ члендерин кожулта кӧптӧдӧӧчиге катаптап ийер.**

133. Бир кезек аҥылу учуралдар. 1-кы учурал, *знаменательдердиҥ кандый да ээжеринде текши кӧптӧдӧӧчилер јок туэжы.*

Темдектезе:

$$\frac{3}{7},\ \frac{4}{15},\ \frac{5}{8}.$$

Бу учуралда знаменательдердиҥ эҥ кичинек текши кратныйы олордыҥ произведениезине тӱҥей болуп турганда, кажы ла дробьтыҥ члендерин экӱлезин арткан дробьтордыҥ знаменательдериниҥ произведениезине катаптап ийер керек:

$$\frac{3}{7}=\frac{3\cdot 15\cdot 8}{7\cdot 15\cdot 8}=\frac{360}{840};$$

$$\frac{4}{15}=\frac{4\cdot 7\cdot 8}{15\cdot 7\cdot 8}=\frac{224}{840};$$

$$\frac{5}{8}=\frac{5\cdot 7\cdot 15}{8\cdot 7\cdot 15}=\frac{525}{840}.$$

Мынайда знаменательдер бойлоры ортодо башка-башка тегин тоолор болгондо эдип јат.

2-чи у ч у р а л, *знаменательдердиҥ эҥ јааны арткан знаменательдердиҥ кажызына ла ӱлелип турар тужы,* темдектезе:

$$\frac{3}{7}, \frac{7}{15}, \frac{8}{315}.$$

315 деп знаменатель 7-ге ле 15-ке ӱлелип јат. Бу учуралда э ҥ ј а а н з н а м е н а т е л ь бастыра знаменательдердиҥ эҥ кичинек текши кратныйы болуп јат, айдарда, ол э ҥ к и ч и н е к т е к ш и з н а м е н а т е л ь б о л о р у ч у р л у;

7-ге кожулта кӧптӧдӧӧчи 45 болор:

$$\frac{3}{7}=\frac{3 \cdot 45}{7 \cdot 45}=\frac{135}{315};$$

15-ке кожулта кӧптӧдӧӧчи 21 болор:

$$\frac{7}{15}=\frac{7 \cdot 21}{15 \cdot 21}=\frac{147}{315}; \frac{8}{315}=\frac{8}{315}.$$

V. ДРОБНЫЙ ТООЛОРЛО БӰДӰРЕР ДЕЙСТВИЕЛЕР.

Дробный тоолорды кожоры.

134. Дробный тоолорды кожоры керегинде јартаганы ла ээжи чыгарганы. Дробный тоолорды, бӱдӱн тоолорды ок чылап, кожуп јат деп јартап берерге јараар (19 §), шак мынайда:

берилген бир канча тоолорды (кожулаачыларды) *бойында кожулаачылардыҥ бастыра бирлерин ле бастыра ӱлӱлерин тудуп турган бир тоого* (суммага) *бириктирер действиени кожоры деп айдар.*

1) *Тӱҥей* знаменательдерлӱ бир канча дробьтордыҥ суммазын табарга керек болзын, темдектезе, мындый дробьтордыҥ:

$$\frac{7}{11}+\frac{3}{11}+\frac{5}{11}.$$

Кандый да бирдиҥ 7 он биринчизи, база 3 он биринчизи ле база 5 он биринчизи ол ок бирдиҥ 7+3+5 он биринчизи болоры јарт, ӧскӧртӧ айтса:

$$\frac{7}{11}+\frac{3}{11}+\frac{5}{11}=\frac{7+3+5}{11}=\frac{15}{11}=1\frac{4}{11}.$$

2) *Башка-башка знаменательдерлӱ* дробьторды кожорго керек болзын, темдектезе, мындый дробьторды:

$$\frac{3}{4}+\frac{7}{10}+\frac{9}{16}.$$

Ол тушта, бастыра бу дробьторды эҥ кичинек текши знаменательдӱ эделе, баштапкы учуралда кошконыбыс ок чылап, кожуп ийерибис:

$$\frac{\overset{20}{\overbrace{3}}}{4}+\frac{\overset{8}{\overbrace{7}}}{10}+\frac{\overset{5}{\overbrace{9}}}{16}=\frac{60+56+45}{80}=\frac{161}{80}=2\frac{1}{80}.$$

Кажы ла дробьтыҥ ӱстӱне ундубаска тургускан тоо—кожулта кӧптӧдӧӧчи, дробьты текши знаменательдӱ эдерге, бу тоого дробьтыҥ члендерин катаптаар керек.

***Ээжи.* Дробьторды кожорго, озо баштап олорды текши знаменательдӱ эдип алар, оныҥ кийининде числительдерин кожоло, олордыҥ суммазыныҥ алдына текши знаменательди бичиир керек.**

3) Калганчызында, *колушкан тоолорды* кожорго керек болзын:

$$4\frac{2}{15}+8\frac{9}{10}+3\frac{5}{6}.$$

Озо баштап бу тоолордыҥ дробьторын кожорыбыс:

$$\frac{\overset{2}{\overbrace{2}}}{15}+\frac{\overset{3}{\overbrace{9}}}{10}+\frac{\overset{5}{\overbrace{5}}}{6}=\frac{4+27+25}{30}=\frac{56}{30}=1\frac{26}{30}=1\frac{13}{15}.$$

Оныҥ кийининде бӱдӱн тоолорды кожоло, суммазына дробьторды кожордо болгон бирди кожуп ийерибис:

$$4+8+3+1=16.$$

Айдарда, берилген тоолордыҥ бастыра суммазы $16\frac{13}{15}$ болор.

Ајару. Дробный тооны нульга кожоры јанынаҥ бӱдӱн тоолорды кожорыныҥ ээжизи аайынча ок эдип

јат, шак мынайда: *кандый бир тоого нульды кожор эмезе нульга кандый бир тооны кожор дегени—бу тооны кубултпай артырар дегени болуп јат.*

135. Сумманыҥ свойстволоры. Дробный тоолордыҥ суммазыныҥ свойстволоры бӱдӱн тоолордыҥ суммазыныҥ свойстволорындый ок болуп јат (20 §), чокумдап айтса:

1) кожулаачыларды јерлериле солуштырганынаҥ сумма кубулбас база

2) кожулаачылардыҥ кандый бир группазын олордыҥ суммазыла солуп ийзебис, сумма кубулбас.

Кожулаачылардыҥ кубулганынаҥ бӱдӱн тоолордыҥ суммазы кубулар дегени (27 §) дробный да тоолорго келижип јат, öскöртö айтса,

кандый бир кожулаачы кандый бир тоого кöптöзö эмезе астаза, сумма да ондый ок тоого кöптöөр эмезе астаар.

Дробный тоолорды айрыыры.

136. Дробьторды айрыыры керегинде јартаганы ла ээжи чыгарганы. *Берилген јаан тоодоҥ* (астаачыдаҥ) *берилген кичинек тоого* (астадаачыга) *тӱҥей бöлӱкти айрыыр действиени айрыыры деп айдар.*

Онойдо ок эки кожулаачыныҥ суммазыла база бу кожулаачылардыҥ бирӱзиле экинчи кожулаачыны табатан действиени айрыыры (кожорына кайра эдилер действие) деп айдарга јараар.

1) Айрыырга *тӱҥей* знаменательдерлӱ дробьтор, темдектезе, мындый дробьтор берилген болзын:

$$\frac{7}{8}-\frac{3}{8}.$$

Јети сегизинчиден ӱч сегизинчиге тӱҥей ӱлӱни айрып ийзебис, 7—3 сегизинчи артары јарт:

$$\frac{7}{8}-\frac{3}{8}=\frac{7-3}{8}=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}.$$

2) Берилген дробьтор *башка-башка* знаменательдерлӱ болзын; темдектезе:

$$\frac{11}{15}-\frac{3}{8}.$$

Ол тушта, бу дробьторды текши знаменательдӱ эделе, байа јартаганы аайынча айрып ийеликтер:

$$\overset{8}{\frac{11}{15}}-\overset{15}{\frac{3}{8}}=\frac{88-45}{120}=\frac{43}{120}.$$

Ээжи. **Дробьты дробьтоҥ айрыырга, озо баштап олорды эҥ кичинек текши знаменательдӱ эдип алар, оның кийининде астаачыныҥ числителинеҥ астадаачыныҥ числителин айрып ийеле, олордыҥ разнозыныҥ алдына текши знаменательди бичип салар.**

3) Колушкан бир тоодоҥ колушкан экинчи тооны айрыырга керек болзо, бӱдӱн тоодоҥ, аргалу болзо, бӱдӱн тооны айрыыр, дробный тоодоҥ дезе дробный тооны айрыыр. Темдектезе:

$$8\overset{4}{\frac{9}{11}}-5\overset{11}{\frac{3}{4}}=8\frac{36}{44}-5\frac{33}{44}=3\frac{3}{44}.$$

Астадаачыныҥ дроби астаачыныҥ дробинеҥ јаан болзо, астаачыныҥ бӱдӱн тоозынаҥ бир бӱдӱнди алала, оны керектӱ ӱлӱлерге ооктоп ийер, оныҥ кийининде оны астаачыныҥ дробине кожоло, действиени, ӧрӧ кӧргӱзилгени ок чылап, бӱдӱрип барар.

Темдектезе:

$$10\overset{6}{\frac{3}{11}}-5\overset{11}{\frac{5}{6}}=10\frac{18}{66}-5\frac{55}{66}=9\frac{84}{66}-5\frac{55}{66}=4\frac{29}{66}.$$

Бӱдӱн тоодоҥ дробьты айрыырын онойдо ок бӱдӱрер, темдектезе:

$$10-\frac{3}{17}=9\frac{17}{17}-\frac{3}{17}=9\frac{14}{17};$$

$$7-2\frac{3}{5}=6\frac{5}{5}-2\frac{3}{5}=4\frac{2}{5}.$$

Ајарулар. 1) *Нульды* айрыыр тушта бӱдӱн тоолорды айрыырыныҥ ээжизи аайынча ок эдип јат, шак мынайда: **кандый бир тоодоҥ нульды айрыыр дегени — бу тооны кубултпай артырар дегени болуп јат.**

2) Берилген тоолордыҥ кубулганынаҥ дробный

тоолордыҥ разнозы, бӱдӱн тоолордыҥ разнозы ок чылап, кубулып јат, чокумдап айтса: **астаачыны кандый бир тоого кӧптӧтсӧ (эмезе астатса), разность ондый ок тоого кӧптӧӧр (эмезе астаар); астадаачыны кандый бир тоого кӧптӧтсӧ (эмезе астатса), разность ондый ок тоого астаар (эмезе кӧптӧӧр).**

Берилген тоонын дробин табары.

137. Берилген тоонын дробин табарга сӱреен кӧп бодолголорды бодоор тушта керектӱ болуп јат. Темдектезе, мындый бодолголорды бодоор тушта:

1-кы бодолго. *Поезд бир кеминде час сайын 40 км-деҥ барып јат. Ол $\frac{7}{8}$ часка канча кире јол ӧдӧр?*

40 *км*-диҥ $\frac{7}{8}$-не канча километр кирип јат, $\frac{7}{8}$ часка поездтиҥ анча ок километр ӧдӧри јарт. 40 деп тоонын $\frac{7}{8}$-зин табарга, озо баштап бу тоонын $\frac{1}{8}$-зин табарыбыс (ӧскӧртӧ айтса, 40-ди 8 катапка астадып ийерибис), онын кийининде болгон тооны 7 катапка кӧптӧдип ийерибис:

40 деп тоонын $\frac{1}{8}$-зи 5 болуп јат;

40 деп тоонын $\frac{7}{8}$-зи $5\times7=35$ болуп јат.

Айдарда, поезд $\frac{7}{8}$ часка 35 *км* ӧдӧр.

Бу бодолгодо бис 40 деп тоонын $\frac{7}{8}$-зин тапканыбыс.

2-чи бодолго. *Бир метр бӧс $18\frac{1}{2}$ салковойго турул јат. Бу бӧстиҥ $1\frac{3}{4}$ метри (ӧскӧртӧ айтса, $\frac{7}{4}$ метри) учун канча салковой тӧлӧӧр керек?*

Байла, $18\frac{1}{2}$ деп тоонын $\frac{7}{4}$-нде канча салковой

болор, $\frac{7}{4}$ *м* бöс анча ок салковойго турар. Оныҥ билип аларга, бис озо баштап бу тооныҥ $\frac{1}{4}$-зин таап аларыбыс (öскöртö айтса, $18\frac{1}{2}$ деп тооны 4 катапка астадып ийерибис), оныҥ кийининде дезе болгон тооны 7 катапка кöптöдип ийерибис:

$18\frac{1}{2}$ деп тооныҥ (öскöртö айтса, $\frac{37}{2}$ деп тооныҥ) $\frac{1}{4}$-зи $\frac{37}{2\cdot4}$ болуп јат (127 §);

$18\frac{1}{2}$ деп тооныҥ (эмезе $\frac{37}{2}$ деп тооныҥ) $\frac{7}{4}$-зи $\frac{37\cdot7}{2\cdot4}=$ $=\frac{259}{8}=32\frac{3}{8}$ болор.

Айдарда, $\frac{7}{4}$ метр учун $32\frac{3}{8}$ салковой тöлööргö келижер.

Бу бодолгодо бис $18\frac{1}{2}$ деп тооныҥ $\frac{7}{4}$-зин тапканыбыс.

3-чи бодолго. *$\frac{5}{6}$ деп тооныҥ $\frac{8}{3}$-зин табар.*

Озо баштап $\frac{5}{6}$ деп тооныҥ $\frac{1}{3}$-зин табарыбыс (öскöртö айтса, $\frac{5}{6}$ деп тооны 3 катапка астадып ийерибис), оныҥ кийининде дезе болгон тооны 8 катапка кöптöдип ийерибис.

$\frac{5}{6}$ деп тооныҥ $\frac{1}{3}$-зи $\frac{5}{6\cdot3}$ болуп јат;

$\frac{5}{6}$ деп тооныҥ $\frac{8}{3}$-зи $\frac{5\cdot8}{6\cdot3}=\frac{40}{18}=2\frac{2}{9}$ болор.

Бу бодолгодо бис $\frac{5}{6}$ деп тооныҥ $\frac{8}{3}$-зин тапканыбыс.

Бу бодолголордоҥ мындый ээжи чыгарып јадыбыс: **берилген тооныҥ кандый бир дробиниҥ величиназын табарга, бу тооны, дробтыҥ знаменателинде канча бирлер бар, анча ок катапка астадып ийер,**

оның кийининде болгон тооны, дробтың числителинде канча бирлер бар, анча ок катапка кӧптӧдип ийер керек.

Берилген тооның проценттерин табары.

138. Проценттер дегени не. Бир бӱдӱнниң анчадала кӧп учурайтан кезик ӱлӱлерин алдынаҥ башка адап туратанын бис билерибис; темдектезе, эки ӱлӱниң бир ӱлӱзин јарым деп айдатан, ӱч ӱлӱниң бир ӱлӱзин — ӱчӱнчи ӱлӱзи деп, тӧрт ӱлӱниң бир ӱлӱзин тӧртӱнчи ӱлӱзи деп айдатан. Кӧп учуралдарда (темдектезе, продукцияның учёдын тургузар тушта ла акчала колбулу расчёттор ӧткӱрер тушта) *јӱзӱнчи* ӱлӱлерди тузаланып јат; оның учун ондый ӱлӱлер база алдынаҥ башка адалган.

Кандый бир тооның јӱзӱнчи ӱлӱзин ол тооның *проценти* деп айдар. Оның учун, темдектезе, кандый бир тооның 5 проценти дегени — ол ок тооның 5 јӱзӱнчизи (эмезе бир јирменчизи) дегени болуп јат.

Процент мындый темдекле темдектелип јат: %; онойдо, 17% деп темдектелгени кандый бир тооның $\frac{17}{100}$-зин, ӧскӧртӧ айтса, 17 процентин кӧргӱзип јат.

Бистиң государственный сберегательный кассаларыбыс акча салган улуска (вкладчиктерге) јыл туркунына 3% кирелте тӧлӧп јат; онызы мындый учурлу: сберегательный кассага салган кажы ла сумма бир јылдың туркунына 3%-ке кӧптӧп јат, ӧскӧртӧ айтса, бу салган сумманың ӱстӱне оның $\frac{3}{100}$-зи кожулат; бу 3% вкладчиктиң бир јылга алар *кирелтези* болуп јат.

Ишмекчи-стахановец норманы 250%-ке бӱдӱрген деп айдыжып турган болзо, оның иштеп чыгарган продукциязы 250 % болуп јат, ӧскӧртӧ айтса, $\frac{250}{100}=\frac{5}{2}=$ $=2\frac{1}{2}$ норма; ӧскӧ сӧстӧрлӧ айтса, ол нормазын $2\frac{1}{2}$ катапка ажыра бӱдӱрген.

139. Берилген тооның проценттерин табары. Темдектезе, 245 деп тооның 18%-ин табарга керек бол-

зын; 18% $\frac{18}{100}$ болуп турганда, бодолгоны 137 §-тагы ээжи аайынча бодоор;

245 деп тоонын 18%-и $\frac{245 \cdot 18}{100} = 44\frac{1}{10}$ болуп јат.

База мындый ӱч бодолго кӧрӧликтер.

1-кы бодолго. *240 салковойго тургадый костюм кӧктӧдӧр тушта заказчик (кӧктӧткӧн кижи) 15% ажындыра тӧлӧп салган; ажындыра тӧлӧгӧн сумманы таап алар.*

Бис 240 деп тоонын 15%-ин (ӧскӧртӧ айтса, $\frac{15}{100}$-зин) табар учурлу; 137 §-тагы ээжи аайынча:

240 деп тоонын 15%-и $\frac{240 \cdot 15}{100} = 36$ (салковой) болор.

Онойдордо, ажындыра тӧлӧгӧн сумма 36 салковой.

2-чи бодолго. *Агашкезеечилердин бригадазы 90 кубометр одун белетеер учурлу болгон; јакылта 20%-ке ажыра бӱткен; бригада канча кире одун белетеп алган?*

90 деп тоонын 20%-и $\frac{90 \cdot 20}{100} = 18$ (кубометр) болор.

Онойткондо, јакылта (90 кубометр) 18 кубометрге ажыра бӱткен, айдарда, бригада $90 + 18 = 108$ (кубометр) одун белетеп алган.

3-чи бодолго. *Государственный ич јанындагы заем јыл туркунына 4% киреліе берип јат; 300 салковойдын облигациязынан канча јылдын бажында 42 салковой киреліе болор?*

Озо баштап 300 салковойдын облигациязы јыл туркунына кандый киреліе берерин билип аларыбыс; оноон эдерге 300 деп тоонын 4%-ин табар керек; 300 деп тоонын 4%-и $\frac{300 \cdot 4}{100} = 12$ (салковой) болуп јат. Айдарда, облигация јылына 12 салковой киреліе берип јат. Онын учун 42 салковой кирелтени ол $42 : 12 = 3\frac{1}{2}$ јылдын бажында берер.

Дробный тоолорды катаптаары.

140. Јартаачылар. 1) Дробный тооны бӱдӱн тоого катаптаары, бӱдӱн тоолорды катаптаары ок чылап, јарталып јат, шак мынайда: *кандый бир тооны* (кöптööчини) *бӱдӱн тоого* (кöптöдööчиге) *катаптаар дегени—кажы ла кожулаачызы кöптööчиге тӱҥей, кожулаачылардыҥ тоозы дезе кöптöдööчиге тӱҥей болор эдип, бир канча тӱҥей кожулаачылардыҥ суммазын тургузар дегени болуп јат.*

Темдектезе, $\frac{7}{8}$ деп дробьты 5-ке катаптаар дегени мындый сумманы табар дегени болуп јат:

$$\frac{7}{8}+\frac{7}{8}+\frac{7}{8}+\frac{7}{8}+\frac{7}{8}.$$

2) *Кандый бир тооны* (кöптööчини) *дробько* (кöптöдööчиге) *катаптаар дегени—кöптööчиниҥ бу дробин табар дегени болуп јат.*

Темдектезе, 5-ти $\frac{7}{8}$-ге катаптаар дегени—беш бирдиҥ $\frac{7}{8}$-зин табар дегени болор. $\frac{3}{4}$ деп дробьты $\frac{2}{3}$ деп дробько катаптаар дегени— $\frac{3}{4}$ деп тооныҥ $\frac{2}{3}$-зин табар дегени болуп јат.

Онойдордо, бис мынаҥ озо кöргöн действиени, чике айтса, берилген тоодоҥ дробьты табарын, эмди бис дробько катаптаары деп айдарыбыс.

3) *Кандый бир тооны* (кöптööчини) *колушкан тоого* (кöптöдööчиге) *катаптаар дегени—озо баштап кöптööчини кöптöдööчиниҥ бӱдӱн тоозына катаптайла, оныҥ кийининде кöптöдööчиниҥ дробине катаптайла бу эки катапташтыҥ кийининде болгон тоолорды бойлоры ортодо кожуп ийер дегени болуп јат.*

Темдектезе:

$$\frac{4}{5}\cdot 3\frac{2}{7}=\frac{4}{5}\cdot 3+\frac{4}{5}\cdot\frac{2}{7}.$$

Катаптаарда болгон тооны бастыра бу учуралдарда *произведение* деп айдар, öскöртö айтса, бӱдӱн тоолорды катаптаар тушта ок чылап адап јат.

Бу јартаачылардан мындый шӱӱлте чыгып јат: дробный тоолорды катаптаары качан да болзо болор база болгоны качан да болзо јаҥыс учурлу болор.

141. Бу јартаачылардыҥ керектӱзи. Катаптаарыныҥ бу калганчы эки јартаачызын арифметикага кийдирерге керектӱзин билип аларга, мындый бодолгоны кӧрӧликтер:

Бодолго. *Поезд, бир кеминде барып, час сайын 40 км-деҥ ӧдӱп јат; бу поезд берилген тоо частыҥ туркунына канча километр ӧдӧрин канайып билип алар?*

Бӱдӱн тоолордын арифметиказында катаптаар действие керегинде айдылган (тӱҥей кожулаачыларды кожоры деп) јаҥыс јартаачылу артып калар болзобыс, ол тушта бистиҥ бодолго ӱч башка бодолор эди, шак мынайда:

Частардыҥ берилген тоозы бӱдӱн тоо (темдектезе, 5 час) болзо, бодолгоны бодоорго 40 *км*-ди ол частардыҥ тоозына катаптаар керек.

Частардыҥ берилген тоозы дробьло кӧргӱзилген (темдектезе, $\frac{3}{4}$ час) болзо, бу дробьтыҥ величиназын 40 *км*-деҥ табарга келижер.

Калганчызында, частардыҥ берилген тоозы колушкан тооло кӧргӱзилген (темдектезе, $5\frac{3}{4}$ час) болзо, 40 *км*-ди колушкан тоодогы бӱдӱн тоого катаптайла, болгонына колушкан тооныҥ дробине тӱҥей дробьты 40 *км*-деҥ алала, ӱзеери кожуп ийер керек.

Бистиҥ берген јартаачылар бу болгодый бастыра учуралдарга текши каруу берерин јеткилдеп турулар: частардыҥ берилген тоозы кандый да болзо, 40 *км*-ди ол берилген тоого катаптаар керек.

Онойдордо, бу бодолгоны текши бӱдӱмиле мынайда кӧргӱзер болзо:

Поезд, бир кеминде барып, час сайын v *км* ӧдӱп јат. Поезд частыҥ туркунына канча километр ӧдӧр?,

ол тушта v ле t кандый да тоолор болгожын, бис сок јаҥыс каруу берер аргалу: бедиреп турган тоо $v \cdot t$ деп формулала кӧргӱзилип јат.

А ј а р у. Бистиҥ јартаачыбыс аайынча болзо, берилген тооныҥ дробин табар дегени берилген тооны

бу дробько катаптаар дегенине тӱҥей; оның учун, темдектезе, берилген тооның 5 %-ин (öскöртö айтса, беш јӱзӱнчизин) табар дегени берилген тооны $\frac{5}{100}$-ге, эмезе $\frac{1}{20}$-ге катаптап ийер дегенине тӱҥей; берилген тооның 125%-ин табар дегени бу тооны $\frac{125}{100}$-ге эмезе $\frac{5}{4}$-ге катаптаар дегенине тӱҥей база оноҥ до ары.

142. Катаптаганынаҥ улам тоо качан кӧптӧп, качан астап турганы керегинде ајару. *Чын дробько катаптаганынаҥ тоо астап јат, чын эмес дробько катаптаганынаҥ дезе тоо кӧптӧп јат, је јаҥыс ла бу чын эмес дробь бирдеҥ јаан болгондо, ондый болор, дробь бирге тӱҥей болзо, тоо кубулбай артып калар.*

Темдектезе, $5 \cdot \frac{7}{8}$ деп произведение 5-теҥ ас болор учурлу, ненинг учун дезе ол 5 деп тооның $\frac{7}{8}$-зин кӧргӱзип јат, бештиҥ $\frac{7}{8}$-зи дезе бештиҥ $\frac{8}{8}$-неҥ ас, öскöртö айтса, 5-теҥ ас; $5 \cdot \frac{9}{8}$ деп произведение 5-теҥ јаан болор учурлу, ненинг учун дезе ол 5-тиҥ $\frac{9}{8}$-зин кӧргӱзип јат, бештиҥ $\frac{9}{8}$-зи дезе бештиҥ $\frac{8}{8}$-неҥ јаан, öскöртö айтса, 5-теҥ јаан; калганчызында, $5 \cdot \frac{8}{8}$ деп произведение, öскöртö айтса 5-тиҥ $\frac{8}{8}$-зи 5 болор.

Ајару. Дробный тоолорды катаптаарда, бӱдӱн тоолорды катаптаарда ок чылап, кӧптӧжӧӧчилердиҥ бирӱзи нуль болзо, произведениези де нуль деп алынып јат; темдектезе:

$$0 \cdot \frac{7}{8} = 0 \text{ база } \frac{7}{8} \cdot 0 = 0.$$

143. Катаптаарының ээжилерин чыгарары.

1. ***Дробьты бӱдӱн тоого катаптаары.*** $\frac{3}{10}$ деп

дробьты 5-ке катаптаарга керек болзын. Мынызы $\frac{3}{10}$-ны 5 катапка кӧптӧдип ийер дегени болуп јат. Дробьты 5 катапка кӧптӧдӧргӧ, оныҥ числителин 5 катапка кӧптӧдип ийер эмезе знаменателин 5 катапка астадып ийер керек (127§).

Оныҥ учун:

$$\frac{3}{10}\cdot 5=\frac{3\cdot 5}{10}=\frac{15}{10}=\frac{3}{2}, \text{ эмезе } \frac{3}{10}\cdot 5=\frac{3}{10:5}=\frac{3}{2}.$$

1-кы ээжи. **Дробьты бӱдӱн тоого катаптаарга, числительди бу бӱдӱн тоого катаптап ийер, знаменательди дезе ол ло бойын артырып салар; онойып эдер ордына дробьтыҥ знаменателин (аргалу болзо) бу бӱдӱн тоого ӱлеп ийеле, числителин кубултпай артырып саларга кем јок.**

Ајару. Дробьты знаменателине катаптаза, произведениезинде оныҥ числители болор.

Онойдо:

$$\frac{5}{8}\cdot 8=\frac{5\cdot 8}{8}=5.$$

2. ***Бӱдӱн тооны дробько катаптаары.*** 7-ни $\frac{4}{9}$ деп дробько катаптаарга керек болзын. Мынызы 7 деп тооныҥ $\frac{4}{9}$-зын табар дегени болуп јат. Онойып эдерге озо баштап 7 деп тооныҥ $\frac{1}{9}$-зын табарыбыс, оныҥ кийининде дезе — $\frac{4}{9}$-зын;

7 деп тооныҥ $\frac{1}{9}$-зы $\frac{7}{9}$ болуп јат (119 §);

7 деп тооныҥ $\frac{4}{9}$-зы $\frac{7\cdot 4}{9}$ болор (127 §).

Айдарда,

$$7\cdot\frac{4}{9}=\frac{7\cdot 4}{9}=\frac{28}{9}.$$

2-ни ээжи. **Бӱдӱн тооны дробько катаптаарга, бӱдӱн тооны дробьтыҥ числителине катаптайла, болгон произведениени числитель эдип алар, знаменателине дезе берилген дробьтыҥ знаменателин бичиир.**

3. ***Дробьты дробько катаптаары.*** $\frac{3}{5}$ деп дробьты $\frac{7}{8}$ деп дробько катаптаарга керек болзын. Мынызы $\frac{3}{5}$ деп тоонын $\frac{7}{8}$ -зин табар дегени болуп јат. Онойып эдерге озо баштап $\frac{3}{5}$ теп тоонын $\frac{1}{8}$-зин табарыбыс, онын кийининде дезе — $\frac{7}{8}$-зин.

$\frac{3}{5}$ деп тоонын $\frac{1}{8}$-зи $\frac{3}{5 \cdot 8}$ болуп јат (127 §);

$\frac{3}{5}$ деп тоонын $\frac{7}{8}$-зи $\frac{3 \cdot 7}{5 \cdot 8}$ болор.

Айдарда,

$$\frac{3}{5} \cdot \frac{7}{8} = \frac{3 \cdot 7}{5 \cdot 8} = \frac{21}{40}.$$

3-чи ээжи. **Дробьты дробько катаптаарга, числительди числительге катаптаар, знаменательди знаменательге катаптаар, онын кийининде баштапкы произведениени числитель эдип алар, экинчизин дезе знаменатель эдип алар.**

Ајару. Бу ээжини дробьты бӱдӱн де тоого катаптаарына, бӱдӱн тооны дробько до катаптаарына келиштире тузаланарга јараар, јe бу тушта бӱдӱн тооны знаменатели бир болуп турган дробь деп кӧрӧр керек. Онойдо:

$$\frac{3}{10} \cdot 5 = \frac{3}{10} \cdot \frac{5}{1} = \frac{3 \cdot 5}{10 \cdot 1} = \frac{15}{10} = \frac{3}{2};$$

$$7 \cdot \frac{4}{9} = \frac{7}{1} \cdot \frac{4}{9} = \frac{7 \cdot 4}{1 \cdot 9} = \frac{28}{9} = 3\frac{1}{9}.$$

Онойдордо, бу јаҥы ла айдылган ӱч ээжи јаҥыс ээжиге биригип јат. оны текши бӱдӱмиле мынайда темдектеерге јараар:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}.$$

4. ***Колушкан тоолорды катаптаары.***

4-чи ээжи. **Колушкан тоолорды катапташтырарга, олорды чын эмес дробьторго кӧчӱреле, онын**

кийининде дробьторды катаптаарының ээжилери аайынча катаптаар. Темдектезе:

$$1)\ 7 \cdot 5\frac{3}{4} = 7 \cdot \frac{23}{4} = \frac{7 \cdot 23}{4} = \frac{161}{4} = 40\frac{1}{4}.$$

$$2)\ 2\frac{3}{5} \cdot 4\frac{2}{3} = \frac{13}{5} \cdot \frac{14}{3} = \frac{13 \cdot 14}{5 \cdot 3} = \frac{182}{15} = 12\frac{2}{15}.$$

144. Катаптаар тушта кыскартары. Дробьторды катаптаар тушта, аргалу болзо, кыскартарын а ж ы н д ы р а бӱдӱрер керек, темдектезе, мындый примерлерде эдилген ок чылап:

$$1)\ 12 \cdot \frac{7}{8} = \frac{12 \cdot 7}{8} = \frac{3 \cdot 7}{2} = \frac{21}{2} = 10\frac{1}{2}.$$

$$2)\ \frac{16}{21} \cdot \frac{5}{28} = \frac{16 \cdot 5}{21 \cdot 28} = \frac{4 \cdot 5}{21 \cdot 7} = \frac{20}{147}.$$

Онойып кыскартарга јараар, ненин учун дезе дробьтың числителин ле знаменателин тӱҥей тоо катапка астатса, дробьтың величиназы кубулбас.

145. Кӧптӧжӧӧчилердиҥ кубулганынаҥ произведениениҥ кубулары. Кӧптӧжӧӧчилер кубулар тушта дробный тоолордың произведениези, бӱдӱн тоолордың произведениези ок чылап, кубулар (53 §), чокумдап айтса:

кандый бир кӧптӧжӧӧчини бир канча катапка кӧптӧтсӧ (эмезе астатса), произведение анча ок катапка кӧптӧӧр (эмезе астаар).

Онойдо, мындый примерде:

$$\frac{3}{5} \cdot \frac{4}{7} = \frac{12}{35}$$

бис кӧптӧӧчини, темдектезе, 2 катапка кӧптӧдип ийзебис, ӧскӧртӧ айтса, $\frac{3}{5}$ ордына $\frac{3}{5} + \frac{3}{5}$ алзабыс, ол тушта јаҥы произведение $\frac{3}{5}$ деп дробьтың $\frac{4}{7}$-зи болбос, а кожулаачы эдип 2 катап алынган бу ок дробьтың $\frac{4}{7}$-зи болор; айдарда, јаҥы произведение азыйдагызынаҥ 2 катап кӧп болор учурлу. Чындап та айткажын,

$$\frac{6}{5}\cdot\frac{4}{7}=\frac{24}{35};\quad \frac{24}{35}\quad \frac{12}{35}\text{-деҥ 2 катап көп.}$$

Ол ок примерде көптӧдӧӧчини, темдектезе, 3 катапка көптӧдип ийгенибис болзын, ӧскӧртӧ айтса, $\frac{4}{7}$ деп дробьтыҥ ордына $\frac{4}{7}+\frac{4}{7}+\frac{4}{7}$ деп сумманы алганыбыс болзын; ол тушта јаҥы произведение көптӧӧчиниҥ $\frac{4}{7}$-зи болбос, а оныҥ 3 катап алынган $\frac{4}{7}$-зи болор; айдарда, јаҥы произведение азыйдагызынаҥ 3 катап көп болор учурлу. Чындап та айткажын,

$$\frac{3}{5}\cdot\frac{12}{7}=\frac{36}{35};\quad \frac{36}{35}\quad \frac{12}{35}\text{-деҥ 3 катап көп.}$$

146. Ӱч дробьтыҥ база оноҥ до көп дробьтордыҥ произведениези. Ӱч дробьты катапташтырарга керек болзын: $\frac{2}{3}\cdot\frac{7}{8}\cdot\frac{5}{6}$, бу ок ӧйдӧ катаптаарыныҥ действиезин көптӧжӧӧчилердиҥ турганы аайынча бӱдӱрер керек деп темдектелет, ӧскӧртӧ айтса, $\frac{2}{3}$ деп дробьты $\frac{7}{8}$ деп дробько катаптайла, болгон произведениени $\frac{5}{6}$ деп дробько катаптаар керек. Баштапкы эки дробьты катапташтырзабыс, $\frac{2\cdot 7}{3\cdot 8}$ боло берер; бу тооны ӱчӱнчи дробько катаптайла, $\frac{2\cdot 7\cdot 5}{3\cdot 8\cdot 6}=\frac{1\cdot 7\cdot 5}{3\cdot 8\cdot 3}=\frac{35}{72}$ деп тоо таап аларыбыс. Айдарда,

бир канча дробьторды катапташтырарга, олордыҥ числительдерин бойлоры ортодо катапташтырып, знаменательдерин база бойлоры ортодо катапташтырала, баштапкы болгон произведениени числитель эдип алар, экинчизин дезе знаменатель эдип алар керек.

Ајару. Бу ээжини бир кезек көптӧдӧӧчилери бӱдӱн тоолор эмезе колушкан тоолор болуп турган произведениелерге келиштире тузаланарга јараар, је ол тушта бис бӱдӱн тооны знаменатели бир болуп турган дробь деп кӧрӱп, колушкан тоолорды дезе чын эмес дробьторго кӧчӱрип турарыбыс.

Темдектезе:

$$\frac{3}{4}\cdot 5\cdot 1\frac{5}{6}=\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{1}\cdot\frac{11}{6}=\frac{3\cdot 5\cdot 11}{4\cdot 1\cdot 6}=\frac{5\cdot 11}{4\cdot 2}=\frac{55}{8}=6\frac{7}{8}.$$

147. Катаптаарынын тӧс свойстволоры. Бӱдӱн тоолорды катаптаарынын тӧс свойстволоры (56 §, 57 §, 59 §) дробный да тоолорды катаптаарына келижер. Бу свойстволорды айдып берeликтер.

1) Кӧптӧжӧӧчилерди jерлериле солуштырганынан произведение кубулбас.

Темдектезе:

$$\frac{2}{3}\cdot\frac{5}{6}\cdot\frac{3}{4}=\frac{5}{6}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{2}{3}.$$

Чындап та айткажын, мынан озо ӧткӧн параграфтагы ээжи аайынча, баштапкы произведение $\frac{2\cdot 5\cdot 3}{3\cdot 6\cdot 4}$ деп дробь болор, экинчизи дезе $\frac{5\cdot 3\cdot 2}{6\cdot 4\cdot 3}$ деп дробь. Jе бу дробьтор тӱнгей, ненин учун дезе олордын члендери jӱк ле бӱдӱн кӧптӧжӧӧчилердин турганы аайынча башкаланып jат, бӱдӱн тоолордын произведениези дезе кӧптӧжӧӧчилерди jерлериле солуштырганынан кубулбайтан.

2) Кӧптӧжӧӧчилердин кандый бир группазын олордын произведениезиле солуп ийзе, произведение кубулбас.

Темдектезе:

$$\frac{5}{6}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{2}{7}\cdot\frac{1}{5}=\frac{5}{6}\cdot\frac{3}{4}\cdot\left(\frac{2}{7}\cdot\frac{1}{5}\right),$$

ненин учун дезе

$$\frac{5}{6}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{2}{7}\cdot\frac{1}{5}=\frac{5\cdot 3\cdot 2\cdot 1}{6\cdot 4\cdot 7\cdot 5}$$

база

$$\frac{5}{6}\cdot\frac{3}{4}\cdot\left(\frac{2}{7}\cdot\frac{1}{5}\right)=\frac{5\cdot 3}{6\cdot 4}\cdot\frac{2\cdot 1}{7\cdot 5}=\frac{5\cdot 3\cdot(2\cdot 1)}{6\cdot 4\cdot(7\cdot 5)}=$$

$$=\frac{5\cdot 3\cdot 2\cdot 1}{6\cdot 4\cdot 7\cdot 5}.$$

Болгондоры тӱнгей болуп jат.

Катаптаарының бу свойствозынаң мындый шӱӱлте чыгарарга јараар:

кандый бир тооны произведениеге катаптаарга, ол тооны баштапкы кӧптӧжӧӧчиге катаптаар, болгон тооны экинчи кӧптӧжӧӧчиге катаптаар база оноң до ары.

Темдектезе:

$$10 \cdot \left(\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{7}\right) = 10 \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{7},$$

ненин учун дезе 2-чи свойство аайынча $10 \cdot \left(\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{7}\right)$ деп произведениеде скобкалардың ичиндеги тоого катаптаарын бис $\frac{3}{4}$ деп дробько ло $\frac{5}{7}$ деп дробько ээчий-деечий катаптап барарыла солуур аргалу.

3) *Катаптаарының ӱлештиреечи законы (кожорына кӧрӧ).* Сумманы кандый бир тоого катаптаарга, бу тоого кажы ла кожулаачыны алдынаң башка катаптайла, болгондорын кожуп ийерге јараар.

Бу закон (59 §) бӱдӱн тоолорго келиштире јарталган болгон. Ол дробный да тоолорго келиштире бир де кубулбай артып јат.

Чындап та алза, мындый тӱҥейлик:

$$(a+b+c+\ldots)m = am + bm + cm + \ldots$$

(кожорына кӧрӧ катаптаарының ӱлештиреечи законы), буквалар дробный да тоолорды темдектеер болзо, чын болуп артып турат. Ӱч учурал кӧрӧликтер.

1) Озо баштап m деп кӧптӧдӧӧчи бӱдӱн тоо болуп јат деп алалыктар, темдектезе, $m=3$ (a, b, c—кандый ла тоолор болзын). Бӱдӱн тоолорго катаптаар керегинде јартаачы аайынча (јеҥилинче ӱч кожулаачыла болорзынып) мынайда бичиирге јараар:

$$(a+b+c) \cdot 3 = (a+b+c) + (a+b+c) + (a+b+c).$$

Кожор действиениң бириктиреечи законы аайынча бис тӱҥейликтиҥ оҥ јанын скобкалар јокко бичиир аргалу; кожорының солуштыраачы законын, оның кийининде дезе база катап бириктиреечи законды тузаланып, бис тӱҥейликтиҥ оҥ јанын мынайда бичиир аргалу:

$$(a+a+a) + (b+b+b) + (c+c+c).$$

Ол тушта мындый болор:

$$(a+b+c) \cdot 3 = a \cdot 3 + b \cdot 3 + c \cdot 3.$$

Айдарда, бу учуралда ӱлештиреечи закон чын болуп артат.

2) Эмди m деп кӧптӧдӧӧчини числителинде бир турган дробь деп алалыктар, темдектезе, $m=\frac{1}{8}$. Jе $a+b+c$ деп сумманы $\frac{1}{8}$ деп дробько катаптаар дегени — бу сумманыҥ $\frac{1}{8}$ ӱлӱзин табар дегени болуп jат. Бу ӱлӱ

$$\frac{a}{8}+\frac{b}{8}+\frac{c}{8}$$

болор деп, бис бу сумманы 8-ке катаптайла, jартына чыгып алар аргалу. Чындап та айткажын, 8 — бӱдӱн тоо болуп турганда, баштапкы учуралда чынын кӧргӱскени аайынча, катаптаган кийининде мындый болор:

$$\frac{a}{8}\cdot 8+\frac{b}{8}\cdot 8+\frac{c}{8}\cdot 8,$$

онызы дезе $a+b+c$ болор.

Айдарда, бу сумманыҥ сегизинчи ӱлӱзи чындап та мындый суммага тӱҥей:

$$\frac{a}{8}+\frac{b}{8}+\frac{c}{8},$$

оны дезе мынайда да бичиирге jараар:

$$a\cdot\frac{1}{8}+b\cdot\frac{1}{8}+c\cdot\frac{1}{8}.$$

Онойткондо,

$$(a+b+c)\cdot\frac{1}{8}=a\cdot\frac{1}{8}+b\cdot\frac{1}{8}+c\cdot\frac{1}{8}.$$

Ӱлештиреечи закон бу да учуралда чын болуп артып турганын кӧрӱп jадыбыс.

3) Калганчызында, m деп кӧптӧдӧӧчини кандый ла числительдӱ дробь деп алалыктар, темдектезе, $m=\frac{9}{8}$ (бу учуралга m колушкан да тоо болотон учурал кирип jат).

$a+b+c$ деп сумманы $\frac{9}{8}$ деп дробько катаптаар дегени — бу сумманыҥ $\frac{9}{8}$-зин табар дегени болуп jат, онойып эдерге оныҥ $\frac{1}{8}$-зин 9-ка катаптап ийер керек. Jе сумманыҥ $\frac{1}{8}$-зи бис бу jаҥы ла jартына чыкканыбыс аайынча болзо, $\frac{a}{8}+\frac{b}{8}+\frac{c}{8}$ болуп jат; айдарда, оныҥ $\frac{9}{8}$-зи мындый болор:

$$\left(\frac{a}{8}+\frac{b}{8}+\frac{c}{8}\right)\cdot 9,$$

ол, баштапкы учурал аайынча, мындый болор:

$$\frac{a}{8}\cdot 9+\frac{b}{8}\cdot 9+\frac{c}{8}\cdot 9.$$

ӧскӧртӧ айтса,

$$a \cdot \frac{9}{8} + b \cdot \frac{9}{8} + c \cdot \frac{9}{8}.$$

Айдарда,

$$(a+b+c) \cdot \frac{9}{8} = a \cdot \frac{9}{8} + b \cdot \frac{9}{8} + c \cdot \frac{9}{8}.$$

Онойдордо, ӱлештиреечи закон бастыра учуралдарда чын болуп артат.

Јарты јок тооны оның берилген дробиле табары.

148. Бодолголор ло ээжи. Дробный тоолорды ӱлеер действиеге кӧчӧринең озо, јарты јок тооны оның кандый бир берилген дробиле канайда табарын билип аларга тузалу. Јарт болзын деп, бис бу суракты мындый бодолголорло кӧргӱзип берeликтер.

137 §-та берилген бодолголорды мынайда кубултып ийеликтер:

1-кы бодолго. *Поезд, бир кеминде барып,* 35 *км јерди* $\frac{7}{8}$ *часка ӧткӧн. Бу поезд* 1 *часка канча километр ӧдӱп јат?*

Поезд 1 часка $\frac{7}{8}$ ӱлӱзи 35 *км* болуп турган јолды ӧдӧри јарт. Айдарда, бу бодолгодо јарты јок тооның јети сегизинчизиниң величиназы берилген (35 *км*), бу јарты јок тооны дезе таап аларга керек болуп јат.

35 *км* јарты јок тооның $\frac{7}{8}$-зи болуп турганда, 35 *км*-ди 7 катапка астадала, бис бу јарты јок тооның $\frac{1}{8}$-зин таап аларыбыс, оның кийининде дезе болгонын 8 катапка кӧптӧдӧлӧ, оның $\frac{8}{8}$-зин, ӧскӧртӧ айтса, ол јарты јок тооны бойын таап аларыбыс. Јарт болзын деп, бистиң шӱӱлтебисти мынайда лаптап бичип алалыктар:

Јарты јок тооның $\frac{7}{8}$-зи 35 болуп јат;

" " " $\frac{1}{8}$-зи $\frac{35}{7}$ болуп јат;

" " " $\frac{8}{8}$-зи $\frac{35 \cdot 8}{7} = \frac{5 \cdot 8}{1} = 40$ болуп јат.

Айдарда, поезд 1 часка 40 *км* ӧдӱп јат.

2-чи бодолго. *1 $\frac{3}{4}$ м бӧс 32 $\frac{3}{8}$ салковойго туруп јат. Бу бӧстиҥ 1 метри канча салковойго турар?*

1 $\frac{3}{4}$ метр$=\frac{7}{4}$ метр болуп турганда база бу $\frac{7}{4}$ метр 32 $\frac{3}{8}$ салковойго туруп јатканда, 32 $\frac{3}{8}$ салковойды 7 катапка астадала, бис $\frac{1}{4}$ метр бӧстиҥ баазын билип аларыбыс, оныҥ кийининде дезе бу баазын 4 катапка кӧптӧдӧлӧ, бӱдӱн метрдиҥ баазын таап аларыбыс. Бу мынызын куйузынаҥ ала мынайда бичип алалыктар:

$\frac{7}{4}$ метр 32 $\frac{3}{8}$ салковойго, эмезе $\frac{259}{8}$ салковойго турар;

$\frac{1}{4}$ метр $\frac{259}{8 \cdot 7}$ салковойго турар;

$\frac{4}{4}$ метр $\frac{259 \cdot 4}{8 \cdot 7} = 18\frac{1}{2}$ салковойго турар.

3-чи додолго. *$\frac{8}{3}$-зи $2\frac{2}{9}\left(=\frac{20}{9}\right)$ болуп турган тооны таап алар.*

Јарты јок тооныҥ $\frac{8}{3}$-зи $\frac{20}{9}$ болор;

" " " $\frac{1}{3}$-зи $\frac{20}{9 \cdot 8}$ болор;

" " " $\frac{3}{3}$-зи $\frac{20 \cdot 3}{9 \cdot 8} = \frac{5}{6}$ болор.

Бу бодолголордоҥ мындый ээжи чыгарып јадыбыс: **јарты јок тооны оныҥ дробиле табарга, дробтыҥ числителинде канча бирлер бар, бу дробтыҥ величиназын анча ок катапка астадып ийер, болгон тооны дезе, дробтыҥ знаменателинде канча бирлер бар, анча ок катапка кӧптӧдип ийер керек.**

149. Тооны оныҥ берилген проценттериле табары.

Кандый бир тооныҥ 18%-и 14 $\frac{2}{5}$ болуп јат деп берил-

ген болзын; бу тооны табарга, бис $14\frac{2}{5}$ ол тооның $\frac{18}{100}$-зи болуп турганын темдектеп аларыбыс; оның учун, мынаҥ озо ӧткӧн параграфтагы ээжи аайынча, $14\frac{2}{5}=\frac{72}{5}$ деп тооны 18-ке ӱлейле $\left(\frac{4}{5}\text{ болор}\right)$, болгонын 100-ке катаптап ийзебис (80 болор), јарты јок тооны таап аларыбыс.

Эки бодолго кӧрӧликтер.

1-кы бодолго. *Сберегательный кассаның вкладчиги 4 јылга 12 салк. 84 ак. кирелте алган. Сберкассага кандый сумманы салганын таап алар.*[1]

4 јылдың туркунына кирелте 12 салк. 84 ак. болгон, эмезе 1284 акча. Айдарда, 1 јылдың кирелтези 1284 : 4=321 (акча) болор. Сберкасса бир јылдың туркунына 3% кирелте тӧлӧп турганда, бу 321 акча сберкассага салган сумманың 3%-и болуп јат. Сберкассага салган сумманы табарга, мынаҥ озо ӧткӧн параграфтагы ээжи аайынча, бу тооны 3-ке ӱлейле, болгонын 100-ке катаптап ийер керек:

$$\frac{321}{3}\cdot 100=10700 \ (=107 \text{ салковой}).$$

2-чи бодолго. *Городтың јурт албатызы 134400 кижи болуп јат. Улу Октябрьский социалистический революция болгонынаҥ бери јурт албаты 60%-ке ӧскӧн. Революциядаҥ озо городто канча кижи болгон?*

Јурт албатының јарты јок тоозына бу тооның 60%-и кожулган. Кажы ла тоо бойының 100%-и (эмезе јӱс јӱзӱнчи ӱлӱзи) болуп турганда, јурт албатының эмдиги тоозы (134 400) азыйгы тоозының 160%-и болуп јат. Оның учун јурт албатының азыйгы тоозын табарга, мынаҥ озо ӧткӧн параграфтагы ээжи аайынча, 134400 деп тооны 160-га ӱлейле, болгонын 100-ке катаптап ийер керек:

---

[1] Бу тушта, вкладчик кажы ла јылдың учында бойының кирелтезин алып јат, оның учун сберкассага салган сумма келер јылга кубулбай артып турган деп, бодоп јадыбыс.

$$\frac{134\,400}{160} \cdot 100 = 84000 \text{ (кижи).}$$

Дробный тоолорды ӱлеери.

150. *Јартаачы*. *Эки кӧптӧжӧӧчиниҥ произведениезиле* (ӱлелеечиле) *база бу кӧптӧжӧӧчилердиҥ бирӱзиле* (ӱлеечиле) *экинчи кӧптӧжӧӧчини* (частныйды) *таап алар* (катаптаарына кайра эдилер) *действиени ӱлеери деп айдар.*

Темдектезе, $\frac{7}{8}$ деп дробьты $\frac{3}{5}$ деп дробько ӱлеер дегени— $\frac{7}{8}$ болзын деп, кандый тооны $\frac{3}{5}$ деп дробько катаптаар дегени болуп јат; эмезе $\frac{7}{8}$ болзын деп, $\frac{3}{5}$ деп дробьты кандый тоого катаптаар дегени. Баштапкы учуралда частный—табатан кӧптӧӧчи, экинчизинде дезе—табатан кӧптӧдӧӧчи болуп јат.

Кӧптӧӧчи ле кӧптӧдӧӧчи бойлоры ортодо јерлериле солужар аргалу болуп турганда, *частный кӧптӧӧчи эмезе кӧптӧдӧӧчи болорынаҥ частныйдыҥ величиназы кубулбас.*

Ајарулар. 1) Бӱдӱн тоолордыҥ арифметиказында бу јартаачы јаҥыс ла артканы јок ӱлелерине јараар; дробный тоолордыҥ арифметиказында дезе бу јартаачы, ӱлеечи нуль болуп турган учуралдаҥ башка, качан да болзо јарап јат деп, бис мынаҥ ары билип ларыбыс.

2) *Чын дробько ӱлегенинеҥ тоо кӧптӧп јат, чын эмес дробько ӱлегенинеҥ дезе, бу чын эмес дробь бирдеҥ кӧп болзо, тоо астап јат, чын эмес дробь бирге тӱҥей болзо, тоо кубулбай артып јат.*

Темдектезе, $5 : \frac{7}{8}$ деп частный 5-теҥ кӧп болор учурлу, нениҥ учун дезе бу частныйды $\frac{7}{8}$ деп дробько катаптаза, 5 болор учурлу; бистиҥ билетенибис аайынча болзо, $\frac{7}{8}$ деп дробько катаптаганынаҥ кандый ла тоо астап турганда, бу частный 5-теҥ кӧп бо-

лор учурлу. $5 : \frac{9}{8}$ деп частный 5-тең ас болор учурлу дегени онойып ок јарталып јат (нениҥ учун дезе $\frac{9}{8}$ деп дробько катаптаар тушта бу частный кöптöйлö, 5 боло берер учурлу).

151. Ӱлееринин ээжилерин чыгарары. Ӱлеер тушта мындый 5 учурал учураардаҥ айабас.

1) ***Бӱдӱн тооны бӱдӱн тоого ӱлеери.*** Мынайда ӱлеери бӱдӱн тоолордыҥ арифметиказында кöрӱлген болгон. Је ондо чип-чике ӱлеерин јаантайын ла бӱдӱрер арга јок болгон, нениҥ учун дезе ӱлелеечи кезик аразында ӱлеечиниҥ ле бӱдӱн тоонын произведениезине тӱҥей эмес болуп јат, оныҥ учун текши учуралда *артканду* ӱлелерин кöрöргö келижип турган. Эмди дезе, дробько катаптаар арга бар деп алала, бис бӱдӱн тоолор кандый ла учуралда ӱлелер деп бодоорыбыс, је јаҥыс ла нульга ӱлелеринеҥ башка, нульга мында да ӱлелип болбос. Темдектезе, 5-ти 7-ге ӱлеерге керек болзын, öскöртö айтса, 7-ге катаптаар тушта болгон произведениези 5 болгодый тооны табарга керек болзын. Ондый тоо $\frac{5}{7}$ деп дробь болуп јат, нениҥ учун дезе $\frac{5}{7} \cdot 7=5$. Шак онойып ок $20 : 7 = \frac{20}{7}$, нениҥ учун дезе $\frac{20}{7} \cdot 7=20$.

1-кы ээжи. **Бӱдӱн тооны бӱдӱн тоого ӱлеерге, числители ӱлелеечиге тӱҥей, знаменатели дезе ӱлеечиге тӱҥей болор дробь тургузып алар керек.**

Бӱдӱн тоолор јаҥынаҥ артканы јокко ӱлелерин öскöртö *бӱдӱнге* ӱлелери деп айдатаныс темдектеп алалык, нениҥ учун дезе частныйында дробный тоо эмес, бӱдӱн тоо болуп јат.

2) ***Дробьты бӱдӱн тоого ӱлеери.*** $\frac{8}{9}$ деп дробьты 4-кö ӱлеерге керек болзын, öскöртö айтса, $\frac{8}{9}$ деп дробь болзын деп, 4-кö катаптайтан тооны таап алар керек.

4-кö катапталганынаҥ кандый ла тоо 4 катапка

кӧптӧп турганда, айдарда, табатан тооны 4 катапка кӧптӧтсӧ, $\frac{8}{9}$ болор учурлу, оның учун, оны табарга, $\frac{8}{9}$ деп дробьты 4 катапка астадар керек. Дробьты 4 катапка астадарга, оның числителин 4 катапка астадар керек эмезе оның знаменателин 4 катапка кӧптӧдӧр керек (127 §). Оның учун:

$$\frac{8}{9} : 4 = \frac{8 : 4}{9} = \frac{2}{9},$$

эмезе

$$\frac{8}{9} : 4 = \frac{8}{9 \cdot 4} = \frac{8}{36} = \frac{2}{9}.$$

2-чи ээжи. **Дробьты бӱдӱн тоого ӱлеерге, дробьтың числителин (ӱлелгедий болзо) бу бӱдӱн тоого ӱлейле, знаменателин кубултпай артырар эмезе бу бӱдӱн тоого знаменателин катаптайла, числителин дезе кубултпай артырып салар.**

3) ***Бӱдӱн тооны дробько ӱлеери.*** 3-ти $\frac{2}{5}$ деп дробько ӱлеерге керек болзын, ӧскӧртӧ айтса, 3 болзын деп, $\frac{2}{5}$ деп дробько катаптайтан тооны таап алар керек. Кандый бир тооны $\frac{2}{5}$-ге катаптаар дегени—бу тооның $\frac{2}{5}$-зин табар дегени болуп турганда:

јарты јок частныйдың $\frac{2}{5}$-зи 3 болуп јат;

„ „ „ $\frac{1}{5}$-зи $\frac{3}{2}$ болуп јат;

„ „ „ $\frac{5}{5}$-зи $\frac{3}{2} \cdot 5 = \frac{3 \cdot 5}{2}$ болуп јат.

Айдарда,

$$3 : \frac{2}{5} = \frac{3 \cdot 5}{2} = \frac{15}{2} = 7\frac{1}{2}.$$

3-чи ээжи. **Бӱдӱн тооны дробько ӱлеерге, бу бӱдӱн тооны берилген дробьтың знаменателине катаптайла, бу произведениени числитель эдип алар, берилген дробьтың числителин дезе знаменатель эдип алар.**

4) ***Дробьты дробько ӱлеери.*** $\frac{5}{6}$ деп дробьты $\frac{7}{11}$ деп дробько ӱлеерге керек болзын, ӧскӧртӧ айтса, $\frac{7}{11}$ деп дробько катаптаган кийининде $\frac{5}{6}$ болор тооны таап алар керек. Кандый бир тооны $\frac{7}{11}$ деп дробько катаптаар дегени—бу тоонын $\frac{7}{11}$-зин табар дегени болуп турганда:

јарты јок частныйдын $\frac{7}{11}$-зи $\frac{5}{6}$ болуп јат;

" " " $\frac{1}{11}$-зи $\frac{5}{6 \cdot 7}$ болуп јат;

" " " $\frac{11}{11}$-зи $\frac{5 \cdot 11}{6 \cdot 7}$ болуп јат.

Айдарда,

$$\frac{5}{6} : \frac{7}{11} = \frac{5 \cdot 11}{6 \cdot 7} = \frac{55}{42} = 1\frac{13}{42}.$$

4-чи ээжи. **Дробьты дробько ӱлеерге, баштапкы дробьтын числителин экинчи дробьтын знаменателине катаптаар, баштапкы дробьтын знаменателин дезе экинчи дробьтын числителине катаптаар, онын кийининде баштапкы произведениени числитель, экинчизин дезе знаменатель эдип алар.**

Ајару. Бӱдӱн тооны знаменатели бир болуп турган дробь деп кӧрӧр болзобыс, мынын алдындагы бастыра учуралдарды бу ээжиге келиштирерге јараар. Онойдо,

$$5 : 7 = \frac{5}{1} : \frac{7}{1} = \frac{5 \cdot 1}{1 \cdot 7} = \frac{5}{7};$$

$$\frac{8}{9} : 4 = \frac{8}{9} : \frac{4}{1} = \frac{8 \cdot 1}{9 \cdot 4} = \frac{8}{36} = \frac{2}{9};$$

$$3 : \frac{2}{5} = \frac{3}{1} : \frac{2}{5} = \frac{3 \cdot 5}{1 \cdot 2} = \frac{15}{2} = 7\frac{1}{2}.$$

Онойдордо, дробьторды ӱлеер керегинде ээжини бастыра учуралдарда букваларлу мындый тӱнейликле бичип кӧргӱзерге јараар:

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{ad}{bc}.$$

5) *Колушкан тоолорды ӱлеери.*

5-чи ээжи. **Колушкан тоолорды ӱлеерге, олорды чын эмес дробьторго кӧчӱреле, оныҥ кийининде дробьторды ӱлеер аайынча ӱлеп салар керек.**

Темдектезе:

$$8 : 3\frac{5}{6} = 8 : \frac{23}{6} = \frac{8 \cdot 6}{23} = \frac{48}{23} = 2\frac{2}{23};$$

$$7\frac{3}{4} : 5\frac{1}{2} = \frac{31}{4} : \frac{11}{2} = \frac{31 \cdot 2}{4 \cdot 11} = \frac{31}{22} = 1\frac{9}{22}.$$

152. Ӱлеерин катаптаарыла солууры. Берилген дробьто числительдиҥ ордына знаменательди, знаменательдиҥ ордына числительди тургусса, онойып солуштырганынаҥ болгон дробьты баштапкы дробько кӧрӧ *кайра учурлу* дробь деп айдар. Онойдо, $\frac{7}{8}$ деп дробько кайра учурлу дробь $\frac{8}{7}$ болор. Бӱдӱн тоодо база онойдо ок кайра учурлу дробь бар; темдектезе, 5-ке эмезе $\frac{5}{1}$ деп дробько кайра учурлу дробь $\frac{1}{5}$ болор. Оныҥ учун кайра учурлу дробьторды *кайра учурлу тоолор* деп айдарга эптӱ болор. Берилген тоого кайра учурлу болуп турган тооны бирди бу берилген тоого ӱлеерде болгон частный да деп кӧрӧргӧ јараар. Темдектезе, $\frac{7}{8}$ деп тоого кайра учурлу болуп турган тоо мындый болор:

$$\frac{1}{\frac{7}{8}} = \frac{8}{7}.$$

Бу јартаачы аайынча болзо, колушкан да тоолорго кайра учурлу тоолорды таап турар аргалу. Темдектезе, $4\frac{5}{8}$ деп тоого кайра учурлу болуп турган тоолор мындый болор:

$$\frac{1}{4\frac{5}{8}} = \frac{2}{\frac{37}{8}} = \frac{3}{37}.$$

Кандый ла тооны ого кайра учурлу тоого катаптаза, произведениези бир болор.

Бу айдылганы чын деп јӧптӧжип алала, бис ӱлеериниҥ мындый ээжизин айдар аргалу:

бир тооны база бир тоого ӱлеерге, ӱлелеечини ӱлеечиге кайра учурлу тоого катаптап ийерге јараар.

Бу ээжиниҥ чынын мындый примерлерле јартап аларга јеҥил:

$$8 : 9 = \frac{8}{9} \text{ база } 8 \cdot \frac{1}{9} = \frac{8}{9};$$

$$\frac{7}{8} : 5 = \frac{7}{40} \text{ база } \frac{7}{8} \cdot \frac{1}{5} = \frac{7}{40}; \frac{2}{7} : \frac{3}{5} = \frac{10}{21} \text{ база } \frac{2}{7} \cdot \frac{5}{3} = \frac{10}{21};$$

$$5 : \frac{7}{8} = \frac{40}{7} \text{ база } 5 \cdot \frac{8}{7} = \frac{40}{7}; 5 : 3\frac{1}{3} = \frac{3}{2} \text{ база } 5 \cdot \frac{1}{3\frac{1}{3}} = \frac{3}{2}.$$

153. Ӱлеер тушта кыскартары. Дробный тоолорды ӱлеер тушта, кыскартылгадый болзо, мындый примерлерде эдилген чилеп, *ажындыра* кыскартып турар керек.

$$1)\ 12 : \frac{8}{11} = \frac{12 \cdot 11}{8} = \frac{3 \cdot 11}{2} = \frac{33}{2} = 16\frac{1}{2};$$

$$2)\ \frac{8}{9} : \frac{6}{7} = \frac{8 \cdot 7}{9 \cdot 6} = \frac{4 \cdot 7}{9 \cdot 3} = \frac{28}{27} = 1\frac{1}{27};$$

$$3)\ \frac{5}{12} : \frac{7}{18} = \frac{5 \cdot 18}{12 \cdot 7} = \frac{5 \cdot 3}{2 \cdot 7} = \frac{15}{14} = 1\frac{1}{14}.$$

Мынайып кыскартарга јараар, нениҥ учун дезе дробтыҥ числителин ле знаменателин тӱҥей тоо катапка астатса, оныҥ величиназы кубулбас.

154. Произведениеге канайып ӱлеер. Бӱдӱн тоолордыҥ (артканы јокко) ӱлелери керегинде свойство (76 §) дробный да тоолорго келижер, чокумдап айтса:

кандый бир тооны бир канча кӧптӧжӧӧчилердиҥ произведениезине ӱлеерге, бу тооны баштапкы кӧптӧжӧӧчиге ӱлейле, болгонын экинчи кӧптӧжӧӧчиге ӱлеерге јараар база оноҥ до ары.

Темдектезе,

$$10 : \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{7}\right) = 10 : \frac{2}{3} : \frac{5}{7},$$

ненинг учун дезе дробьторды катаптаар ла ӱлеер керегинде ээжилер аайынча мындый болор:

$$10 : \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{7}\right) = 10 : \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 7} = \frac{10 \cdot (3 \cdot 7)}{2 \cdot 5} = \frac{10 \cdot 3 \cdot 7}{2 \cdot 5},$$

$$10 : \frac{2}{3} : \frac{5}{7} = \frac{10 \cdot 3}{2} : \frac{5}{7} = \frac{10 \cdot 3 \cdot 7}{2 \cdot 5},$$

ӧскӧртӧ айтса, тооны тургуза ла да произведениеге ӱлезебис, кажы ла кӧптӧжӧӧчиге ээчий-деечий де ӱлеп барзабыс, болгондоры тӱнгей болор.

155. Берилген тоолор кубулганынанг частныйдынг кубулары. Ӱлелеечининг эмезе ӱлеечининг кубулганынанг дробный тоолордынг частныйы, бӱдӱн тоолордынг частныйы ок чылап, кубулып јат (77 §), чокумдап айтса:

ӱлелеечини бир канча катапка кӧптӧтсӧ (эмезе астатса), частный анча ок катапка кӧптӧӧр (эмезе астаар); ӱлеечини бир канча катапка кӧптӧтсӧ (эмезе астатса), частный анча ок катапка астаар (эмезе кӧптӧӧр).

Мындый ээжини ангылу ајарып кӧрӧликтер:

ӱлелеечини ле ӱлеечини тӱнгей тоо катапка кӧптӧтсӧ эмезе астатса, частный кубулбас;

темдектезе, $\frac{5}{6} : \frac{7}{11} = \frac{55}{42}$ деп примерде бис ӱлелеечини ле ӱлеечини, темдектезе, 3 катапка кӧптӧдип ийзебис, мындый болор:

$$\frac{15}{6} : \frac{21}{11} = \frac{15 \cdot 11}{6 \cdot 21} = \frac{5 \cdot 11}{6 \cdot 7} = \frac{55}{42};$$

частныйы кубулбай артып јат.

Оны текши бӱдӱмиле мынайда бичип кӧргӱзерге јараар:

$$\frac{a}{b} = \frac{am}{bm} = \frac{a : m}{b : m}.$$

156. Эки тоонынг отношениези. Дробный тоолорды кийдирген кийининде, бис кӧргӧнибис аайынча болзо, ӱлеери (јангыс ла нульга ӱлееринең башка) качан да болзо болгодый действие боло берди. Айдарда, эки тоо берилген болзо, баштапкы тооны экинчи тоого (экинчи тоо нуль эмес болзо) ӱлеген кийининде частныйы бар болуп јат.

Бир тооны экинчи тоого ӱлеерде болгон частныйды ӧскӧртӧ бу тоолордыҥ *отношениези* деп айдар. Баштапкы тооны (ӱлелеечини) отношениениҥ *озо турган члени* деп айдар; экинчи тооны (ӱлеечини) отношениениҥ *ээчий турган члени* деп айдар.

Темдектезе, $2\frac{1}{2}$ле $\frac{1}{7}$ деп тоолордыҥ отношениези

$$\frac{2\frac{1}{2}}{\frac{1}{7}}=\frac{35}{2}=17\frac{1}{2}$$ деп частный болор;

мында $2\frac{1}{2}$ — отношениениҥ озо турган члени, $\frac{1}{7}$ — оныҥ ээчий турган члени.

Эки тооныҥ отношениези бӱдӱн тоо болзо, ол ээчий турган член озо турган членге канча катап кирип турганын кӧргӱзип јат[1]; је тоолордыҥ отношениези дробный да тоо болзо, мынайып ок кӧрӧр эткен; темдектезе, бистиҥ кӧргӧн примерде $\frac{1}{7}$ деп тоо $2\frac{1}{2}$ деп тоого он јети јарым катап кирип јат деп айдып јадыбыс.

Приложениелерде кӧп аразында јаҥыс кемјӱниҥ адалганду эки тоозыныҥ отношениезин кӧрӧргӧ келижет. Темдектезе, $4\frac{1}{4}$*кг* $2\frac{1}{2}$*кг*-наҥ канча катап кӧп болуп турганын билерге керек болзын. Мындый суракка каруузы $4\frac{1}{4}$ле $2\frac{1}{2}$ деп тоолордыҥ отношениезиле берер; је кӧп аразында бу отношениениҥ члендерин олордыҥ адалган аттарыла кожо бичигилеп јат, ӧскӧртӧ айтса,

$$\frac{4\frac{1}{4}\,кг}{2\frac{1}{2}\,кг}=1\frac{7}{10},$$

бу тушта $1\frac{7}{10}$ деп тоо ады јок, нениҥ учун дезе ол

[1] Темдектезе, 108 §-та бис кичинек кемјӱ јаанына канча катап киргенин кӧргӱзип турган тооны јаҥыс укту эки кемјӱниҥ отношениези деп адаганыбыс.

бир беске экинчизине канча катап кирип турганын көргӱзип јат.

Тоолордыҥ отношениези бу тоолордыҥ частныйы болуп турганда база оныҥ озо турган члени—ӱлелеечи, ээчий турган члени ӱлеечи болуп турганда, бу отношениеге частныйдыҥ бастыра свойстволоры келижер; бу свойстволордыҥ мындыйларын айдып берерликтер:

1) отношениениҥ озо турган члени кандый ла тоо болор аргалу; ээчий турган член, нульдаҥ башка, база кандый ла тоо болор аргалу.

2) озо турган член отношениеге катапталган ээчий турган членге тӱҥей;

3) ээчий турган член отношениеге ӱлелген озо турган членге тӱҥей;

4) отношениениҥ эки членин экӱлезин јаҥыс тоого катаптаза (эмезе ӱлезе), отношение кубулбас.

4-чи свойстводоҥ мындый шӱӱлте чыгып јат: **дробный члендерлӱ отношениени бӱдӱн тоолордыҥ отношениезиле солуурга јараар.** Темдектезе, $\frac{5}{12}:\frac{3}{8}$ деп отношение берилген болзын; бу отношениениҥ эки членин экӱлезин берилген дробьтордыҥ эҥ кичинек текши знаменателине, öскöртö айтса, 24-кö катаптап, бис берилген отношениени бӱдӱн тоолордыҥ ого тӱҥей 10 : 9 деп отношениезиле солуп јадыбыс.

Онойып ок

$$3\frac{1}{4}:\frac{5}{6}=\frac{13}{4}:\frac{5}{6}=\left(\frac{13}{4}\cdot 12\right):\left(\frac{5}{6}\cdot 12\right)=39:10.$$

Ајарулар. 1. Эки тооныҥ р а з н о с т н ы й, эмезе а р и ф м е т и ч е с к и й, отношениезинеҥ, чике айтса, бу эки тооныҥ разнозы деп адалып турган отношениедеҥ аҥылап, эки тооныҥ бис јартаган отношениезин кезикте к р а т н ы й, эмезе г е о м е т р и ч е с к и й, отношение деп айдар. Мынаҥ ары бис отношение деп јаҥыс ла кратный отношениени айдып турарыбыс.

2. Отношениениҥ члендерин јерлериле солуштырып ийзе, öскöртö айтса, озо турган членди ээчий турган член, ээчий турган членди дезе озо турган член этсе, јаҥы отношениени азыйдагызына к а й р а у ч у р л у отношение деп айдар.

3. А д а л г а н д у тоолордыҥ о т н о ш е н и е з и н к а ч а н д а б о л з о а д ы ј о к т о о-

лордың отношениезиле солуур аргалу. Онойып эдерге адалганду тоолорды јаҥыс укту бирлерге кӧчӱреле, боло берген ады јок тоолордыҥ отношениезин алар. Темдектезе, 10 *т* 5 *ц*-диҥ 7 *ц*-ге отношениези 105 *ц*-диҥ 7 *ц*-ге отношениезиндий, бу отношение дезе ады јок тоолордыҥ, 105-тиҥ 7-ге, отношениезине тӱҥей. Адалганду тоолорло действиелер бӱдӱрер тушта кӧп сабазында јаҥыс кемјӱниҥ адалганду эки тоозын ӱлеерде болгон частныйды отношение деп айдатан.

157. Эки тооныҥ процентный отношениези. $42\frac{1}{2}$ деп тоо 250 деп тооныҥ канча проценти болуп турганын билерге керек болзын. 250 деп тооныҥ бир проценти $\frac{250}{100}$ болуп јат; оныҥ учун $\frac{250}{100}$ деп дробь $42\frac{1}{2}$ деп дробько канча катап кирип јат, $42\frac{1}{2}$ деп тоо 250 деп тооныҥ анча ок проценти болор, ӧскӧртӧ айтса,

$$42\frac{1}{2} : \frac{250}{100} = \frac{42\frac{1}{2}}{250} \cdot 100 = 17\ (\%).$$

Берилген тоо база бир тооныҥ канча проценти болгонын кӧргӱзип турган тооны бу тоолордыҥ *процентный отношениези* деп айдар. *Эки тооныҥ процентный отношениезин табарга, бу тоолордыҥ отношениезин* 100-ке *катаптап ийер керек* деп, бу јаҥы берилген пример кӧргӱзип јат.

Бу ок шӱӱлтеге ӧскӧ дӧ јолло келерге јараар. $42\frac{1}{2}$ деп тоо 250 деп тооныҥ канча проценти болуп турганын билерге, $\frac{42\frac{1}{2}}{250}$ деп отношениени проценттерле, ӧскӧртӧ айтса, отношениени јӱзӱнчи ӱлӱлерле кӧргӱзер керек. Је берилген тоого канча јӱзӱнчи ӱлӱлер кирип турганын билерге, бу тооны 100-ке катаптап ийер керек (темдектезе, 5 деп тоого $5 \cdot 100 = 500$ јӱзӱнчи ӱлӱ кирет,

$\frac{1}{2}$ деп тоого дезе $\frac{1}{2} \cdot 100 = 50$ јӱзӱнчи ӱлӱ кирет база онон до ары онойып ок).

Оныҥ учун $\frac{42\frac{1}{2}}{250}$ деп тоо $\frac{42\frac{1}{2}}{250} \cdot 100 = 17$ јӱзӱнчи ӱлӱ, ӧскӧртӧ айтса, 17 процент болуп јат.

Эки бодолгоны кӧрӧликтер.

1-кы бодолго. *Совхозто* 80 000 *га јер болгон, оныҥ* 69 200 *га јерин буудайла ӱрендеген. Буудайла ӱрендеген јердиҥ площади бастыра площадьтыҥ канча проценти болуп јат?*

Бодолгоны бодоорго 69 200 деп тоо 80 000 деп тооныҥ канча проценти болуп турганын табар керек. Ӧскӧ сӧслӧ айтса, 69 200 ле 80 000 деп тоолордыҥ процентный отношениезин табар керек. Тургузылган ээжи аайынча таап аларыбыс:

$$\frac{69\,200}{80\,000} \cdot 100 = 86\frac{1}{2} (\%).$$

2-чи бодолго. 325 *кг кулурдаҥ* 429 *кг калаш быжырып алгандар. Припёктыҥ (кожулта калаштыҥ) процентин таап алар.*

Припёк 429—325=104 (*кг*) болуп јат.

Бодолгоны бодоорго 104 лӧ 325 деп тоолордыҥ процентный отношениезин табар керек; тургузылган ээжи аайынча таап аларыбыс:

$$\frac{104}{325} \cdot 100 = 32 (\%).$$

V БÖЛӰК.

ДЕСЯТИЧНЫЙ ДРОБЬТОР.

I. ДЕСЯТИЧНЫЙ ДРОБЬТОРДЫҤ ТÖС СВОЙСТВОЛОРЫ.

158. Десятичный ӱлӱлер. Кандый бир бӱдӱнди 10-го, 100-ке, 1000-га, текши алза, јаҥыс нульду эмезе канча-канча нульдарлу бирге ӱлеерде болгон тӱҥей ӱлӱлерди *десятичный ӱлӱлер* деп айдар.

Онойдордо, ээчий-деечий астап турган десятичный ӱлӱлер мындый болор:

$$\frac{1}{10}, \frac{1}{100}, \frac{1}{1000}, \frac{1}{10000}, \frac{1}{100000}, \frac{1}{1000000}$$ база оноҥ до ары.

Тӱҥей эмес эки десятичный дробьтордыҥ јааныҥ *бийик* разрядтыҥ десятичный ӱлӱзи деп, кичинегин дезе—*јабыс* разрядтыҥ десятичный ӱлӱзи деп айдатан. Кажы ла десятичный ӱлӱге оныҥ кийининдеги јабыс разрядтыҥ 10 десятичный ӱлӱзи кирип јат. Онойдо:

$$\frac{1}{10}=\frac{10}{100}, \frac{1}{100}=\frac{10}{1000}, \frac{1}{1000}=\frac{10}{10000}$$ база оноҥ до ары.

159. Десятичный дробь. Знаменатели јаҥыс нульду эмезе канча-канча нульдарлу бир болуп турган дробьты *десятичный* деп айдар; темдектезе, мындый дробьтор:

$$\frac{3}{10}, \frac{27}{100}, \frac{27401}{1000}, \quad 3\frac{1}{1000}$$ база оноҥ до ары.

Десятичный дробьтордоҥ башкаланып, знаменательдери кандый ла тоолор болуп турган дробьторды *тегин* дробьтор деп айдар.

160. Десятичный темдектер. Бӱдӱн тооныҥ цифраларла темдектелгенинде коштой турган эки цифраныҥ

оҥ јанындагызы сол јанындагызынаҥ качан да болзо 10 катап ас бирлерди кöргӱзип јат. Тоолордыҥ турар јерлериниҥ бу учурын тегин бирлердиҥ оҥ јанынаҥ ары да бичийтен цифраларга келиштире кöрöргö јöптöжип алалыктар. Темдектезе, мынайда бичилгенинде:

63,48259...

3 деп цифра тегин бирлерди кöргӱзип турган болзын. Ол тушта 4 деп цифра тегин бирлерденҥ 10 катап ас бирлерди, öскöртö айтса, онунчы ӱлӱлерди кöргӱзер; 8 дезе—јӱзӱнчи ӱлӱлерди,2—муҥунчы ӱлӱлерди, 5—он муҥунчы ӱлӱлерди, 9—јӱс муҥунчы ӱлӱлерди кöргӱзер база оноҥ до ары. Цифралардыҥ туратан јерлериниҥ учурын булгабаска, бӱдӱн тоолорды десятичный ӱлӱлерденҥ запятойло бöлӱӱрге јöптöжип алалыктар. Јетпей турган ӱлӱлердиҥ ордына, онойдо ок бӱдӱн тооныҥ ордына, ол јок тушта, нульдар тургузып турарыбыс. Темдектезе, онойдо кöрöр болзобыс, 0,0203 деп бичилгени 2 јӱзӱнчи ӱлӱни ле 3 он муҥунчы ӱлӱни кöргӱзип јат.

Онойдо ок 25,703 деп бичилгени 25 бӱдӱн 7 онунчы ӱлӱни ле 3 муҥунчы ӱлӱни кöргӱзип јат; 0,82 дезе 8 онунчы ӱлӱни ле 2 јӱзӱнчи ӱлӱни база оноҥ до ары.

Запятойдыҥ оҥ јанында турган цифраларды *десятичный темдектер* деп айдатан.

161. Десятичный дробьты знаменатели јокко бичиири. Кандый ла десятичный дробьты бис знаменатели јокко бичип алар аргалу. Темдектезе, $\frac{32736}{1000}$ деп десятичный дробь берилген болзын. Озо баштап оноҥ бӱдӱн тооны чыгарып ийзебис, $32\frac{736}{1000}$ болор.

Эмди бу дробьты мынайда бичип алалыктар:

$$\frac{32736}{1000}=32+\frac{700}{1000}+\frac{30}{1000}+\frac{6}{1000}=32+\frac{7}{10}+\frac{3}{100}+\frac{6}{1000}.$$

Айдарда, бу дробьты мынайда да бичиирге јараар:

$$\frac{32736}{1000}=32,736.$$

Онызын шиҥжӱлеп кöрöргö, 32,736 деп тоодогы бӱдӱн бирлерди база бастыра десятичный ӱлӱлерди эҥ ле

оогош (муҥунчы) ӱлӱлерге ооктоор керек, ооктоорын дезе мынайда эдерге јеҥил: бӱдӱн бирге 10 онунчы ӱлӱ кирип турганда, 32 бӱдӱн бир 320 онунчы ӱлӱ болор; олорго 7 онунчы ӱлӱни кожуп ийзебис, 327 онунчы ӱлӱ болор. Кажы ла онунчы ӱлӱге 10 јӱзӱнчи ӱлӱ кирип турганда, 327 онунчы ӱлӱ 3270 јӱзӱнчи ӱлӱ болор; олорго 3 јӱзӱнчи ӱлӱни кожуп ийзебис, 3273 јӱзӱнчи ӱлӱ болор. 1 јӱзӱнчи ӱлӱ 10 муҥунчы ӱлӱ болуп турганда, 3273 јӱзӱнчи ӱлӱ 32730 муҥунчы ӱлӱге тӱҥей; бу тоого база 6 муҥунчы ӱлӱни кошсобыс, берилген 32736 муҥунчы ӱлӱ деп дробь болор.

Бӱдӱн тоо јок $\frac{578}{100000}$ деп десятичный дробь берилген болзын. Бу дробьты мынайда бичиирге јараар:

$$\frac{578}{100000}=\frac{500}{100000}+\frac{70}{100000}+\frac{8}{100000}=\frac{5}{1000}+\frac{7}{10000}+\frac{8}{100000}.$$

Онойткондо, бу дробь мынайда бичилер:

$$\frac{578}{100000}=0,00578.$$

Ээжи. **Десятичный дробьты знаменатели јокко бичип аларга, оныҥ числителин бичийле, знаменателинде канча нульдар бар, анча ок десятичный темдектерди оҥ јанынаҥ сол јаны јаар бӧлӱп салар** (онойып эдерге кезикте числительдиҥ сол јанына бир канча нульдар кожуп бичиирге келижет).

Мынаҥ ары ӱренип барарында (ажындыра темдектеп айдылбаган болзо) бис десятичный дробь знаменатели јокко бичилген деп бодоп турарыбыс.

Ајару. Знаменатели јокко бичилген **десятичный дробьтыҥ сол јанына эмезе оҥ јанына нульдарды кошконынаҥ десятичный дробьтыҥ величиназы кубулбай јат.** Темдектезе,

7,05; 7,0500; 007,05

деп тоолордыҥ кажызын да алза, ол тӱҥей ок 7 бӱдӱн 5 јӱзӱнчи ӱлӱни темдектеп јат, нениҥ учун дезе 500 он муҥунчы ӱлӱ 5 јӱзӱнчи ӱлӱге тӱҥей, 007 дезе ол ок 7 бӱдӱнди темдектеп јат.

162. Десятичный дробьты канайда кычырар. Озо баштап бӱдӱн тооны кычырар (ол јок тушта „нуль бӱдӱн“ деп айдатан), оның кийининде запятойдың оң јанында турган тооны, бӱдӱн тооны ок чылап, кычырала, дробьтың десятичный темдектелгени токтогон ӱлӱлердиң адын кожор; темдектезе, 0,00378 мынайда кычырылар: 0 бӱдӱн 378 јӱс муңунчы. Айдарда, знаменатели јокко бичилген десятичный дробь, числители ле знаменатели катай темдектелген дробь ок чылап, кычырылар.

Оныла коштой, десятичный темдектери с ӱ р е к е й к ӧ п болуп турган десятичный дробьты мынайда кычырарга артык: запятойдоң ала бастыра десятичный темдектерди кажы ла граньда 3 цифрадаң эдип граньдарга бӧлӱп јат (јаңыс темдектӱ эмезе эки темдектӱ болуп калар калганчы граньнаң башка); оның кийининде кажы ла граньды бӱдӱн тоо чылап кычырар, баштапкы граньдагы тооның адына улай „муңунчы“ деп сӧсти кожор, экинчи граньдагы тооның адына улай „миллионынчы“, ӱчӱнчизине улай—„миллиардынчы“ деп база оноң до ары сӧстӧрди онойып ок кожуп барар; калганчы граньдагы тооның адына дробьтың калганчы цифразы темдектеп турган ӱлӱниң адын кожотон. Онойдордо,

0,028 306 000 07 деп

дробьты мынайда кычырар: 0 бӱдӱн 28 муңунчы 306 миллионынчы 07 јӱс миллиардынчы ӱлӱлер деп.

163. Десятичный дробьторды величиназы аайынча тӱңдештирери. 0,735 ла 0,7348 деп тоолордың кажызы јаан болуп турганын билерге керек болзын.

Онойып эдерге тоолордың десятичный темдектери тӱҥей боло берзин деп, десятичный темдектери ас тооның оң јанына јетпей турган темдектердиң ордына нульдар бичиирибис (эмезе олорды бичибей, јаңыс санаада тударга кем јок):

0,7350; 0,7348.

Эмди баштапкы тоого 7350 он муңунчы, экинчизине дезе 7348 он муңунчы кирип турганын кӧрӱп јадыбыс; дробьтордың знаменательдери тӱңей боло берди; айдарда, числители јаан дробь јааны болор: 7350 7348-

теҥ јаан болуп турганда, баштапкы тоо экинчи тоодоҥ јаан болуп јат.

Онойып ок

$$3{,}01>2{,}998;\ 3{,}7>3{,}6874;\ 3{,}64<3{,}6985$$

база оноҥ до ары ондый болорыныҥ јартына чыгып аларга кӱч эмес.

Ээжи. **Эки десятичный дробьтыҥ бирӱзинде бӱдӱн тоолор база бирӱзиндегизинеҥ кӧп болзо, ол баштапкызы јааны болор; бӱдӱн тоолоры тӱҥей тушта, онунчы ӱлӱлери кӧп болгон дробь—јааны; бӱдӱн тоолоры ла онунчы ӱлӱлери тӱҥей тушта, јӱзӱнчи ӱлӱлери кӧп болгон дробь—јааны база оноҥ до ары.**

164. Запятойды кӧчӱргенинеҥ улам десятичный дробьтыҥ величиназы кубулары. 3,274 деп тоодо запятойды оҥ јаны јаар бир темдек ажыра кӧчӱрип ийелик; ол тушта 32,74 деп јаҥы тоо боло берер. Баштапкы тоодо 3 деп цифра тегин бирлерди темдектеп јат, экинчизинде дезе—ондорды; онойткондо, оныҥ учуры 10 катапка кӧптӧй берген. 2 деп цифра баштапкы тоодо онунчы ӱлӱлерди темдектеп јат, экинчизинде дезе—тегин бирлерди; онойткондо, оныҥ учуры база 10 катапка кӧптӧй берген. Онойып ок ӧскӧ дӧ цифралардыҥ учуры 10 катапка кӧптӧй бергенин кӧрӱп аларыбыс. Онойдордо:

запятойды оҥ јаны јаар бир темдек ажыра кӧчӱргенинеҥ десятичный дробь 10 катапка кӧптӧп јат.

Оноҥ кӧргӧндӧ, запятойды оҥ јаны јаар эки темдек ажыра кӧчӱргенинеҥ десятичный дробь 100 катапка кӧптӧп јат, ӱч темдек ажыра кӧчӱргенинеҥ 1000 катапка база оноҥ до ары.

Ойто кайра алза: **запятойды сол јаны јаар бир темдек ажыра кӧчӱргенинеҥ десятичный дробь 10 катапка астап јат.**

Онойткондо, запятойды сол јаны јаар эки темдек ажыра кӧчӱргенинеҥ десятичный дробь 100 катапка астап јат, ӱч темдек ажыра кӧчӱргенинеҥ 1000 катапка база оноҥ до ары.

165. Десятичный дробьты 10, 100, 1000 катапка база оноҥ до кӧп катапка кӧптӧдӧри эмезе астадары. 0,02 деп тооны 10 000 катапка кӧптӧдӧргӧ керек

болзын. Онойып эдерге бу дробьтогы запятойды оҥ јаны јаар тӧрт темдек ажыра кӧчӱрип салары јеткил. Је берилген тоодо јӱк ле эки десятичный темдек бар. Тӧрт темдек болзын деп, оҥ јанына улай эки нуль бичип ийеликтер, оноҥ тоонын величиназы кубулбас. Оныҥ кийининде запятойды тоонын учына кӧчӱрерибис, 0200, эмезе 200 деп бӱдӱн тоо боло берер.

База бу ок 0,02 деп тооны 100 катапка астадарга керек болзын. Онойып эдерге бу дробьтогы запятойды сол јаны јаар эки темдек ажыра кӧчӱрери јеткил. Је берилген тоодо запятойдыҥ сол јанында јӱк ле бир темдек бар. Оныҥ учун сол јанына эки нуль бичип саларыбыс, онойып эткенинеҥ тоонын величиназы кубулбас. Оныҥ кийининде запятойды сол јаны јаар эки темдек ажыра кӧчӱрзебис, 0,0002 боло берер. Кандый ла тооны запятойдоҥ оҥ јаны јаар канча ла кире нульдарлу десятичный дробь деп кӧрӧргӧ кем јок; оныҥ учун бӱдӱн тооны 10 катапка, 100 катапка, 1000 катапка база оноҥ до кӧп катапка кӧптӧдӧри эмезе астадары, десятичный дробьто ок чылап, ӧдӱп јат. Темдектезе, 567,000... деп бӱдӱн тооны 100 катапка астатсабыс, 5,67 болор.

Ајару. Запятойды кӧчӱргенинеҥ десятичный дробьтыҥ величиназы 10 катапка, 100 катапка база оноҥ до ары кубулары керегинде айдылган свойство метрический кемјӱлерле кӧргӱзилген адалганду тооны тӱрген ооктоорго ло кубултарга болужып јат.

Темдектезе, 3 метр 8 дециметр 4 сантиметр деп бириктирилген адалганду тооны метрлерле кӧргӱзерге керек болзын. Дециметр—метрдиҥ онунчы ӱлӱзи, сантиметр—метрдиҥ јӱзӱнчи ӱлӱзи болуп турганда, бу бириктирилген адалганду тоо метрлерле мынайда кӧргӱзилер: 3,84 метр. Бу десятичный дробьто запятойды оҥ јаны јаар кӧчӱреле, 3,84 метр=38,4 дециметр=384 сантиметр болор деп табарыбыс.

База 8 746 миллиграмм деп тегин адалганду тооны бириктирилген тоого кӧчӱрерге керек болзын (ӧскӧртӧ айтса, бийик разрядтыҥ кемјӱлериле кӧргӱзерге керек болзын). 1 грамм 1000 миллиграммга тӱҥей болуп турганда, 8 746 миллиграмм=8,746 грамм=8 грамм 7 дециграмм 4 сантиграмм 6 миллиграмм болор.

II. ДЕСЯТИЧНЫЙ ДРОБЬТОРЛО БӰДӰРЕР ДЕЙСТВИЕЛЕР.

Десятичный дробьторды кожоры.

166. Десятичный дробьторды, бӱдӱн тоолорды ок чылап, кожуп јат. Темдектезе, 2,078+0,75+13,5602 деп сумманы таап аларга керек болзын. Бӱдӱн тоолордыҥ алдында бӱдӱн тоолор, онунчы ӱлӱлердиҥ алдында онунчы ӱлӱлер, јӱзӱнчи ӱлӱлердиҥ алдында јӱзӱнчи ӱлӱлер болор эдип база оноҥ до ары онойып ок болор эдип, бис бу тоолорды бирӱзин база бирӱзиниҥ алдына бичип саларыбыс; бу тушта бастыра запятойлор бирӱзи база бирӱзиниҥ алдына бичилер:

$$\begin{array}{r} 2{,}078 \\ +0{,}75 \\ 13{,}5602 \\ \hline 16{,}3882 \end{array}$$

Кожорын эҥ ле ооғош ӱлӱлерден баштаарыбыс. Он муҥунчы ӱлӱлерди кожуп ийзебис, 2 болор; бу цифраны чийӱниҥ алдына бичииривис. Муҥунчы ӱлӱлерди кошсобыс, 8 болор; 8-ти чийӱниҥ алдына бичииривис. Јӱзӱнчи ӱлӱлерди кошсобыс, 18 болор; је 18 јӱзӱнчи=10 јӱзӱнчи+8 јӱзӱнчи; он јӱзӱнчи бир онунчы болор; кожулаачылардыҥ онунчы ӱлӱлерине кожорго, бис оны санаада тудуп алалыктар, 8 јӱзӱнчини дезе чийӱниҥ алдына бичииривис. Действиени онойдо учына јетире бӱдӱрип барарыбыс. Суммадагы запятой кожулаачылардыҥ запятойлорыныҥ алдында турар.

Десятичный дробьторды айрыыры.

167. Десятичный дробьторды, бӱдӱн тоолорды ок чылап, айрып јат. Темдектезе, 5,709—0,3078 деп разностьты таап аларга керек болзын.

Укташ бирлер бирӱзи бирӱзиниҥ алдында болор эдип, астадаачыны астаачыныҥ алдына бичип аларыбыс:

$$\begin{array}{r} -5{,}709 \\ 0{,}3078 \\ \hline 5{,}4012 \end{array}$$

Астадаачының калганчы цифразын айрыырга, 9 муңунчыдаң 1 муңунчыны алала, оны он муңунчы ӱлӱлерге ооктоп ийерибис; ол тушта 10 он муңунчы болор. Айдарда, астадаачының 8 деп цифразын 10-ноң айрыыр керек, 7 деп цифраны дезе—8-тең.

Десятичный дробьты бӱдӱн тоодоң айрыырын онойып ок бӱдӱргилеп јат; темдектезе:

$$\begin{array}{r} 3 \\ -\;1,873 \\ \hline 1,127 \end{array}$$

3 бирдең 1 бирди алала, оны онунчы ӱлӱлерге ооктоорыбыс; олордың бирӱзин алала, јӱзӱнчи ӱлӱлерге ооктоорыбыс; јӱзӱнчи ӱлӱлерден 1 јӱзӱнчини алала, муңунчы ӱлӱлерге ооктоорыбыс. Мынайда ооктогоныныӊ 3 бӱдӱнниң ордына 2 бӱдӱн 9 онунчы 9 јӱзӱнчи ле 10 муңунчы болор. Айдарда, астадаачының 3 деп цифразын 10-ноң айрыыр керек. 7 ле 8 деп цифраларды 9-таң, 1 деп цифраны дезе 2-дең айрыыр керек.

Десятичный дробьторды катаптаары.

168. Эки учурал кӧрӧликтер: баштапкызы—*кӧптӧжӧӧчилердиң бирӱзи бӱдӱн тоо болор тушта*, экинчизи—*кӧптӧжӧӧчилер экӱлези десятичный дробьтор болор тушта*.

Примерлер:

1) 3,085 · 23; 2) 8,375 · 2,56.

Бу примерлерде бис десятичный дробьторды числительдӱ ле знаменательдӱ эделе, тегин дробьторды катаптаарының ээжизи аайынча катаптазабыс, мындый болор эди:

$$1)\ \frac{3085}{1000} \cdot 23 = \frac{3085 \cdot 23}{1000} = \frac{70955}{1000} = 70,955;$$

$$2)\ \frac{8375}{1000} \cdot \frac{256}{100} = \frac{8375 \cdot 256}{1000 \cdot 100} = \frac{2144000}{100000} = 21,44000 = 21,44.$$

Ээжи. **Десятичный дробьторды катаптаарга, запятойлорго ајару салбай, олорды бӱдӱн тоолорды ок чылап катаптайла, кӧптӧӧчиде ле кӧптӧдӧӧчиде јаба канча десятичный темдектер бар, произведениеде ан-**

ча ок десятичный темдектерди оҥ јанынаҥ запитой-ло айрып салар керек. Действиени мынайда бичиирге эптӱ:

$$\begin{array}{r} 3{,}085 \\ \cdot\ 23 \\ \hline 9255 \\ 6170 \\ \hline 70{,}955 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 8{,}375 \\ \cdot\ 2{,}56 \\ \hline 50250 \\ 41875 \\ 16750 \\ \hline 21{,}44000 \end{array}$$

Десятичный дробьторды ӱлеери.

169. Бӱдӱн тоого ӱлеери. Јууктада алынган частный. 39,47 деп дробьты 8-ке ӱлеерге керек болзын. Действиени, бӱдӱн тоолорды ӱлеерде ок чылап, бичип алалыктар:

$$\begin{array}{r|l} 39{,}47 & 8 \\ \cline{2-2} 74 & 4{,}93 \\ 27 & \\ 3 & \end{array}$$

39 бӱдӱнди 8-ке ӱлеп јадыбыс; частныйында 4 бӱдӱн ле артканында 7 бӱдӱн болор. Артканын онунчы ӱлӱлерге ооктойло, ӱлелеечиниҥ 4 онунчы ӱлӱзин тӱжӱрип ийерибис; 74 онунчы болор. 74 онунчыны 8-ке ӱлеерибис; частныйында 9 онунчы ла артканында 2 онунчы болор. Артканын јӱзӱнчи ӱлӱлерге ооктойло, ӱлелеечиниҥ 7 јӱзӱнчи ӱлӱзин тӱжӱрип ийерибис; 27 јӱзӱнчи болор. Олорды 8-ке ӱлезебис, частныйында 3 јӱзӱнчи ле артканында 3 јӱзӱнчи болор.

Ӱлеерин бис мында токтодып ийгенибис болзын. Ол тушта *јууктада алынган* 4,93 деп *частный* болор. Бу тоо чике частныйдаҥ канча кире башка болуп турганын билерге, ол чике частныйды табала, јууктада алынган частныйла тӱҥдештирип кӧрӧликтер. Чике частныйды таап аларга, артканын (3 јӱзӱнчини) 8-ке ӱлеерде болор дробьты 4,93 деп тоого кожуп ийер керек. 3 бирди 8-ке ӱлезебис, бирдиҥ $\frac{3}{8}$ ӱлӱзи болор;

3 јӱзӱнчини 8-ке ӱлезебис, јӱзӱнчи ӱлӱниҥ $\frac{3}{8}$ ӱлӱзи

болор. Айдарда, чике частный 4,93 + јӱзӱнчи ӱлӱниҥ

$\frac{3}{8}$ ӱлӱзи деп суммага тӱҥей. Јӱзӱнчи ӱлӱниҥ $\frac{3}{8}$-ӱлӱзин таштап ийеле, бис бӱдӱн јӱзӱнчиденг ас болор јастыра эдерибис. Оныҥ учун 4,93 деп тооны *чикези* $\frac{1}{100}$-*ге јетире* јууктада алынган частный деп айдыжат. Јӱзӱнчи ӱлӱниҥ $\frac{3}{8}$-ӱлӱзин таштап ийер ордына, бис бу дробьты бӱдӱн јӱзӱнчиге јетире (оны јӱзӱнчи ӱлӱниҥ $\frac{5}{8}$ ӱлӱзине кӧптӧдип) јаанатсабыс, база $\frac{1}{100}$-деп ас болор јастыра эдерибис; ол тушта 4,93+0,01 болор, ӧскӧртӧ айтса, чикези $\frac{1}{100}$-ге јетире јууктада алынган 4,94 деп частный болор. 4,93 деп тоо чике частныйдаҥ ас, 4,94 деп тоо дезе чике частныйдаҥ јаан, оныҥ учун баштапкы тооны *јетпес тоолу* јууктада алынган частный деп, экинчизин дезе—*ажыра тоолу* јууктада алынган частный деп айдатан.

Арткандарын там ла оогош десятичный ӱлӱлерге ооктоп, действиени оноҥ ары бӱдӱрип барар болзобыс, чикези там ла ӧзӱп турар јууктада алынган частныйлар болор. Темдектезе, 3 јӱзӱнчи деп артканын муҥунчы ӱлӱлерге ооктойло, 30 муҥунчыны 8-ке ӱлеп ийзебис, 4,933 деп (јетпес тоолу) јууктада алынган частный болор эмезе 4,934 деп (ажыра тоолу) јууктада алынган частный болор, бу тушта јастыразы 0,001-даҥ ас. Действиени оноҥ ары бӱдӱрип, мындый частный таап аларыбыс:

```
39,47 | 8
 74   |4,93375
  27
   30
    60
     40
      0
```

Ӱлеерин јеткилинче ыраак бӱдӱрип барала, бис кезикте (бистиҥ примерде чилеп) 0 деп артканына једер аргалу; ол тушта чике частный болор. Је ондый болбос учуралда јууктада алынган частныйла болор-

зынарга келижип јат, бу тушта јастыразын канча ла кирези ас эдер аргалу. Темдектезе, чикези бир миллионынчыга јетире јууктада алынган частныйды таап аларга турган болзобыс, ӱлеерин частныйда миллионынчы ӱлӱлердиҥ цифразы боло берер тушта токтодорыбыс.

Ээжи. **Десятичный дробьты бӱдӱн тоого, бӱдӱн тоолорды ок чылап, ӱлеп јат, бу ӧйдӧ арткандарын там ла оогош десятичный ӱлӱлерге ооктоп, эмезе чике частный болгончо, эмезе јууктада алынган частныйга токтоорго турган десятичный ӱлӱлердиҥ цифразы болгончо, действиени бӱдӱрип барар.**

Частныйда десятичный дробь аларга тургулаган болзо, бӱдӱн тооны бӱдӱн тоого база онойып ок ӱлеп јадылар. Темдектезе, 123-ти 7-ге ӱлеерин мынайда бӱдӱрер аргалу:

```
123. | 7
 53   17,57...
  40
   50
    1
```

Ајару. Кандый бир тӱҥейлик чике эмес, јууктада алынган деп кӧргӱзерге, кезикте тӱҥейликтиҥ койрык темдегин ≈ тузаланып јат; темдектезе, 39,47 : 8 ≈ 4,93 деп бичип салган болзо, 39,47 деп тооны 8-ке ӱлеерде болгон частный 4,93 деп тоого *јуук* болгонын кӧргӱзерге кӱӱнзегилеп јат.

170. Јууктада алынган частныйдыҥ јастыра болорыныҥ кеми. *Бирӱзи јетпес тоолу, экинчизи ажыра тоолу* (чикези бир тӱҥей кеминде) *јууктада алынган эки частныйдыҥ кандый-кандый бирӱзи канча да болзо калганчы разрядтыҥ десятичный ӱлӱзиниҥ $\frac{1}{2}$ ӱлӱзине јетире чике болуп јат*, чокумдап айтса, артканы ӱлеечиниҥ $\frac{1}{2}$ ӱлӱзинеҥ ас болзо, ондый частный јетпес тоолу болор, артканы ӱлеечиниҥ $\frac{1}{2}$ ӱлӱзинеҥ јаан болзо, ондый частный ажыра тоолу болор. Темдектезе, 39,47 :8 ӱлеерин кӧрӧликтер (алдындагы параграфты кӧр.). 3 деп артканы ӱлеечиниҥ јарымынаҥ (4-тӧҥ) ас болор тушта бис јууктада 4,93 деп частныйды алганыбыс болзын. Ол тушта чике частный 4,93+ + јӱзӱнчи ӱлӱниҥ $\frac{3}{8}$ ӱлӱзи болор; айдарда, ол 4,93 деп тоодоҥ јӱ-

зўнчи ўлўниг $\frac{3}{8}$ ўлўзине $\left(\text{јўзўнчи ўлўниг } \frac{1}{2} \text{ ўлўзинеҥ ас}\right)$ башкаланып јат, 4,94 деп тоодоҥ дезе јўзўнчи ўлўниг $\frac{5}{8}$ ўлўзине $\left(\text{јўзўнчи ўлўниг } \frac{1}{2} \text{ ўлўзинеҥ кӧп}\right)$ башкаланып јат (бу учуралда частныйын јетпес тоолу алганы артык).

Ўлеерин оноҥ ары бўдўреликтер:

$$\begin{array}{r|l} 39{,}47 & 8 \\ \overline{74} & \overline{4{,}933} \\ \overline{27} & \\ \overline{30} & \\ \overline{6} & \end{array}$$

Эмди ол ок примерде 6 деп артканы ўлеечиниҥ јарымынаҥ јаан болор тушта јуукта 4,933 деп частныйды алалыктар. Чике частный 4,933 + муҥунчы ўлўниг $\frac{6}{8}$ ўлўзи болор; айдарда ол 4,933 деп тоодоҥ муҥунчы ўлўниг $\frac{6}{8}$ ўлўзине $\left(\text{муҥунчы ўлўниг } \frac{1}{2} \text{ ўлўзинеҥ кӧп}\right)$ башкаланып јат, 4,934 деп тоодоҥ дезе муҥунчы ўлўниг $\frac{2}{8}$ ўлўзине $\left(\text{муҥунчы ўлўниг } \frac{1}{2} \text{ ўлўзинеҥ ас}\right)$ башкаланат (айдарда, бу учуралда частныйды ажыра тоолу алганы артык болор).

Артканы ўлеечиниҥ јарымынаҥ ас болзо, ол тушта бис токтогон цифрабыстыҥ кийининеҥ частныйдыҥ баргадый учурлу цифразы 5-теҥ ас болор, артканы ўлеечиниҥ јарымынаҥ јаан болзо, бу цифра 5 эмезе 5-теҥ јаан болор учурлу.

171. Десятичный дробько ўлеери. 3,753 деп дробьты 0,85 деп дробько ўлеерге керек болзын. Бу амадуга болуп ўлеечи бўдўн тоо боло берер эдип, ўлелеечиде ле ўлеечиде запятойды оҥ јаны јаар тўҥей тоолу десятичный темдектер ажыра кӧчўрип ийеликтер (бистиҥ примерде 2 темдек ажыра). Бу ушта ўлелеечи ле ўлеечи тўҥей тоо катапка кӧптӧй беретенде (бистиҥ примерде 100 катапка), онойып эткенинеҥ частный кубулбас (155 §). Онойдордо, десятичный дробько ўлеерин бис бўдўн тоого ўлеериле солуп ийерибис:

$$375{,}3 : 85 \approx 4{,}415,$$

бўдўн тоого ўлеерин бис азыйда айдылган ээжи аайынча бўдўрерибис.

Бӱдӱн тооны десятичный дробько ӱлеер тушта шак онойдо ок эдип јат; темдектезе:

$$7 : 0,325 = 7000 : 325 \approx 21,538.$$

Ээжи. **Кандый бир тооны десятичный дробько ӱлеерге, ӱлеечиде запятойды алып таштайла, запятойды таштаганынаҥ ӱлеечи канча катапка кӧптӧгӧн, ӱлелеечини анча ок катапка кӧптӧдӧлӧ, бӱдӱн тоого ӱлеериниҥ ээжизи аайынча ӱлеер керек.**

172. Десятичный дробьторло бодоп чыгарарына пример. Мындый дробьты бодоп чыгарарга керек болзын:

$$\frac{7,5 \cdot 0,09 \cdot 3,725}{0,18 \cdot 2,7 \cdot 3,2675}.$$

Бу дробьто бастыра запятойлорды таштап ийеле, оноҥ дробьтыҥ величиназы канайда кубуларын кӧрӧликтер. Оныҥ числители $10 \cdot 100 \cdot 1000$ катапка, ӧскӧртӧ айтса, 1 000 000 катапка кӧптӧй берер. Знаменатели $100 \cdot 10 \cdot 10\,000$ катапка, ӧскӧртӧ айтса, 10 000 000 катапка кӧптӧӧр. Дробьтыҥ величиназы кубулбазын деп, числителиҥ база 10 катапка кӧптӧдӧр керек, темдектезе, 0,09 деп дробьтыҥ запятойын таштаганынаҥ болгон 9 деп тооныҥ ордына 90-ды алар. Эмди мындый дробьты бодоп чыгарарыбыс:

$$\frac{75 \cdot 90 \cdot 3725}{18 \cdot 27 \cdot 32675};$$

ажындыра 75-ти ле 18-ти 3-ке, 90-ды ла 27-ни 9-ка, 3725-ти ле 32675-ти 25-ке кыскартсабыс, мындый тоо болор:

$$\frac{25 \cdot 10 \cdot 149}{6 \cdot 3 \cdot 1307} = \frac{37250}{23526} \approx 1,58.$$

173. Десятичный дробьторло процентти бодоп чыгарары. Процентти бодоп чыгарар тушта кӧп аразында 100-ке катаптаарга ла ӱлеерге келижип турганын бис кӧргӧнибис; бу действиелерди анчадала десятичный дробьторло бӱдӱрерге јеҥил болуп турганда, процентти бодоп чыгарар кандый ла учуралда десятичный дробьторды тузаланарга анчадала эптӱ эмтир. Бир канча бодолголор кӧрӧликтер.

1-кы бодолго. *Сберегательный кассага салган*

728 салковой 2 јыл 3 айдыҥ туркунына кандый киренте берер?

Касса јыл туркунына 3% киреңте берип турганда, бир јылдыҥ киреңтези 3%, эмезе 728 деп тоонын 0,03 ӱлӱзи болуп јат, ӧскӧртӧ айтса,

$$728 \cdot 0{,}03 = 21{,}84 (= 21 \text{ салк. } 84 \text{ ак.}).$$

3 айдыҥ киреңтези, ӧскӧртӧ айтса, 0,25 јылдыҥ туркунына ӧскӧн киреңте бир јылдыҥ киреңтезиниҥ 0,25 ӱлӱзи болор, ӧскӧртӧ айтса,

$$21{,}84 \cdot 0{,}25 = 5{,}46 (= 5 \text{ салк. } 46 \text{ ак.}).$$

2 јыл 3 айдыҥ киреңтези мындый болор:

$$21{,}84 \cdot 2 + 5{,}46 = 49{,}14 (= 49 \text{ салк. } 14 \text{ ак.}).$$

2-чи бодолго. *Јарты јок тоонын 3,4%-и 1,6388 болуп јат. Бу тооны таап алар.*

149 §-тагы ээжи аайынча бис 1,6388 деп тооны 3,4-га ӱлейле, болгонын 100-ке катаптап ийер учурлу.

Онойткожын:

$$\frac{1{,}6388}{3{,}4} \cdot 100 = \frac{1638{,}8}{34} = 48{,}2.$$

3-чи бодолго. *Сберегательный кассага акча салып койгон. 9 айдыҥ бажында ол акчаны ойто аларда, вкладчикке 633 салк. 95 ак. берген. Баштап тарыйын салган сумманы таап алар.*

Вкладчиктиҥ јылга алар киреңтези 3%, эмезе јарты јок сумманыҥ 0,03 ӱлӱзи болуп јат. Айдарда, 9 айдыҥ туркунына (ӧскӧртӧ айтса, $\frac{3}{4}$ јылга, эмезе 0,75 јылга) киреңте јарты јок сумманыҥ мындый ӱлӱзи болор:

$$0{,}03 \cdot 0{,}75 = 0{,}0225 (= 2{,}25\%).$$

Онойдордо, вкладчикке берген 633,95 салковой—јарты јок сумманыҥ 1,0225 ӱлӱзи (эмезе 102,25%). Бу сумманы табарга, бис 633,95 деп тооны 1,0225 деп тоого ӱлеп ийер учурлу:

$$\frac{633{,}95}{1{,}0225} = 620 \text{ (салковой)}.$$

4-чи бодолго. *Магазинниҥ план аайынча обороды 75300 салковой болуп турган; чынында дезе бу обо-*

рот 85842 салковой болгон. План канча процентке бÿткен?

Бу бодолгоны бодоорго, бис 85842 ле 75300 деп тоолордыҥ процентный отношениезин таап алар учурлу, ӧскӧртӧ айтса, $\frac{85842}{75300}$ деп отношениени јÿзÿнчи ÿлÿлерле кӧргÿзер керек; 171 §-та кӧргÿзилгени аайынча болзо, бу амадуга болуп ол тоолордыҥ частныйын десятичный дробьло бичиирге онҷозынаҥ јеҥил:

$$\frac{85842}{75300}=1,14;$$

онойдордо, план 114%-ке бÿткен.

III. ТЕГИН ДРОБЬТОРДЫ ДЕСЯТИЧНЫЙ ДРОБЬТОРГО КӦЧÿРЕРИ.

174. Ажындыра берилген ајарулар. Десятичный дробьторло бÿдÿрер действиелер тегин дробьторло бÿдÿрер действиелерден јеҥил болуп турганда, кӧп аразында тегин дробьторды десятичный дробьторго кӧчÿрерге тузалу болуп јат.[1] Тегин дробьторды десятичный дробьторго кӧчÿрер эки эп айдып береликтер.

175. Баштапкы эп: знаменательди тегин кӧптӧдӧӧчилерге ооктооры ажыра. $\frac{7}{40}$ деп дробьты десятичный дробько кӧчÿрерге керек болзын. Бу дробьты знаменателинде нульдарлу бир тургадый дробь эдип алар арга бар ба, јок по деп, бойыбыска сурак берeликтер. Онойып эдетен арга табылар болзо, числительдÿ ле знаменательдÿ десятичный дробь болор эди, ондый дробьты дезе бис оныҥ кийининде знаменатели јокко до бичиирге кÿчсинбес эдибис. Кыскартылбас дробьты ӧскӧ знаменательдÿ эдип аларга, оныҥ члендерин экÿ-

---

[1] Десятичный ла тегин дробьторды јаба бодоор тушта бу дробьторды јаҥыс бÿдÿмдÿ эдип алганы кезикте бир де туза јетирбей јат: темдектезе, 0,567 деп дробьты $\frac{3}{7}$ деп дробько катаптаарга керек болзо $\frac{3}{7}$ деп дробьты десятичный дробько кӧчÿрерге керек јок, 0,567 деп дробьты 3-ке катаптайла, болгоныҥ 7-ге ÿлеп ийерге јараар.

лезин јаҥыс тоого катаптап ийер керек (132 §). Нульдарлу бир болор эдип, 40-ди кандый тоого катаптаарга керектӱзин билип аларга, аjаруга мындый шӱӱлтени алалыктар: *нульдарлу бирле кӧргӱзилген кандый ла тоо јаҥыс ла 2 ле 5 деп кӧптӧдӧӧчилерге ооктолып јат, бу ок ӧйдӧ ооктолгонына бу кӧптӧдӧӧчилер экӱлези тӱҥей тоо катап киргилейт, чике айтса, бирге коштой канча нульдар туруп јат, анча ок катап киргилеп јат.*

Темдектезе:

$$1000=10\cdot10\cdot10=2\cdot5\cdot2\cdot5\cdot2\cdot5;$$
$$10\,000=10\cdot10\cdot10\cdot10=2\cdot5\cdot2\cdot5\cdot2\cdot5\cdot2\cdot5$$

база оноҥ до ары.

Мыны кӧрӱп алала, 40-ди тегин кӧптӧдӧӧчилерге ооктоп ийеликтер:

$$40=2\cdot2\cdot2\cdot5.$$

40-ди 2 катап 5-ке катаптаза, произведениезинде 2 ле 5 деп кӧптӧдӧӧчилер тӱҥей тоо катап (3 катаптаҥ) кирип турар тоо болор деп, бис бу ооктолгонынаҥ кӧрӱп јадыбыс; айдарда, нульдарлу (ӱч нульду) бирле кӧргӱзилген тоо болор. Бу тушта дробьтыҥ величиназы кубулбазын деп, оныҥ числителин де 5-ке 2 катап катаптаар керек; ол тушта:

$$\frac{7}{40}=\frac{7\cdot5\cdot5}{40\cdot5\cdot5}=\frac{175}{1000}=0{,}175.$$

Примерлер:

1) $\frac{7}{8}=\frac{7}{2\cdot2\cdot2}=\frac{7\cdot5\cdot5\cdot5}{2\cdot2\cdot2\cdot5\cdot5\cdot5}=\frac{875}{1000}=0{,}875;$

2) $\frac{4}{125}=\frac{4}{5\cdot5\cdot5}=\frac{4\cdot2\cdot2\cdot2}{5\cdot5\cdot5\cdot2\cdot2\cdot2}=\frac{32}{1000}=0{,}032;$

3) $\frac{11}{20}=\frac{11}{2\cdot2\cdot5}=\frac{11\cdot5}{2\cdot2\cdot5\cdot5}=\frac{55}{100}=0{,}55.$

176. Кандый тегин дробьторды десятичный дробьторго кӧчӱрер аргалу ла кандыйларын кӧчӱрип болбос. Тегин дробьторды десятичный дробьторго кӧчӱрери керегинде айдылган эптеҥ мындый эки шӱӱлте чыгарар аргалу:

1) Тегин дробтыҥ знаменателине, 2-деҥ ле 5-теҥ башка, кандый да тегин кöптöдööчилер кирбей турган болзо, ондый дробты десятичный дробько кöчӱрер аргалу, бу тушта тегин дробты кыскарткан кийининде оныҥ знаменателине 2 ле 5 деп кöптöдööчилердиҥ кажызы кöп катап кирип турар, десятичный дробь анча ок десятичный темдектӱ болор.

Темдектезе, тегин дробты кыскарткан кийининде оныҥ знаменателине 2 деп кöптöдööчи кöп катап кирип турган болзын, чокумдап айтса, 4 катап. Ол тушта кöптöдööчилер экӱлези (2 ле 5) 4 катаптаҥ кирер эдип, 5 деп кöптöдööчини ӱзеери алар керек; айдарда, катаптаган кийининде знаменателинде 4 нульду бир боло берер, оныҥ учун десятичный да дробь 4 десятичный темдектӱ болор. Темдектезе:

$$\frac{7}{80}=\frac{7}{2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot5}=\frac{7\cdot5\cdot5\cdot5}{80\cdot5\cdot5\cdot5}=\frac{875}{10000}=0{,}0875.$$

2) Тегин дробтыҥ знаменателине, 2-деҥ ле 5-теҥ башка, кандый бир база тегин кöптодööчилер кирип турган бололо, бу кöптöдööчилер числительле кыскартылбай турган болзо, ондый дробты десятичный дробько кöчӱрип болбос.

Темдектезе, знаменателине 3 ле 7 деп тегин кöптöдööчилер кирип турган $\frac{35}{84}$ деп тегин дробь алалыктар (чике айтса, 84=2 · 2 · 3 · 7). Олордыҥ бирӱзи (7) кыскартылып јат; кыскарткан кийининде $\frac{5}{12}$ боло берер, 12 деп знаменательге 3 деп кöптöдööчи кирип турганда, бу дробты десятичный дробько кöчӱрер арга јок, ненинҥ учун дезе дробтыҥ знаменателин кандый да бӱдӱн тоого катаптазабыс, знаменателинде нульдарлу бир тургадый тоо качан да болбос.

Ондый дробторды, кöчӱрер экинчи эпти тузаланып, јаҥыс ла ј у у к т а д а а л ы н г а н д е с я т и ч н ы й дробторго кöчӱрер аргалу.

177. Экинчи эп: числительди знаменательге ӱлеери ажыра. Бу эпти баштапкызынаҥ кöп тузалангылап јат, ненинҥ учун дезе бу эп, баштапкы эпке кöрö, јӱк ле јуукта да алынган десятичный дробтор болгодый тегин дробторго јарап јат.

$\frac{23}{8}$ деп дробьты десятичный дробько кӧчӱрерге керек болзын. $\frac{23}{8}$ деп тооны 23-ти 8-ке ӱлеерде болгон частный деп кӧрӧргӧ јараар (151 §, 1-кы ээжи). Је бӱдӱн тоолордыҥ частныйын десятичный дробь бӱдӱмдӱ чике эмезе јууктада таап алар аргалу болуп турганын бис кӧргӧнибис. Онойып эдерге частныйында оноҥ ары барбаска турган разрядтыҥ ӱлӱлери болгончо эмезе артканында нуль болгончо, ӱлеерде арткандарын там ла оогош десятичный ӱлӱлерге ооктоор керек.

$$\begin{array}{r|l} 23 & 8 \\ \hline 70 & 2{,}875 \\ 60 & \\ 40 & \\ 0 & \end{array}$$

Бистиҥ примерде чике частный болуп калды: $\frac{23}{8}=2{,}875$.

$\frac{3}{14}$ деп дробьты десятичный дробько кӧчӱрерге керек болзын. Бу дробь кыскартылбас бололо, оныҥ знаменателине, 2-деҥ ле 5-теҥ башка, 7 деп тегин кӧптӧдӧӧчи кирип турганда, оны десятичный дробько кӧчӱрер арга јок; ондый да болзо $\frac{3}{14}$ деп дробько ј у у к (башказы сыраҥай ас) десятичный **дробь** таап алар аргалу, ол ок айас чикези кандый да болордоҥ маат јок. Темдектезе, $\frac{3}{14}$-деҥ 0,001 ӱлӱге башкалангадый десятичный дробь табарга турган болзобыс, 3-ти 14-кӧ ӱлеерде болор 3 десятичный темдекти табар керек:

$$\begin{array}{r|l} 3 & 14 \\ \hline 30 & 0{,}214 \\ 20 & \\ 60 & \\ 4 & \end{array}$$

Јууктада алынган 0,214 деп частный чике частныйдаҥ, чокумдап айтса, $\frac{3}{14}$-деҥ, муҥунчы ӱлӱниҥ јарымына ас. Ӱлеерин оноҥ ары бӱдӱрип барзабыс, јастыразы там ла астап турар. Ондый да болзо, ӱлеер действие качан да божобос, нениҥ учун дезе ол божой берген болзо, бис $\frac{3}{14}$-ге чип-чике тӱҥей десятичный дробь табар эдибис, онойып дезе качан да болбос; онойдордо, ӱлеерин оноҥ ары бӱдӱрип барзабыс, частныйында канча ла кирези десятичный темдектер болор аргалу.

178. Учту ла учы јок десятичный дробьтор. Тооны туйуктаары. Тегин дробь темдектезе, $\frac{3}{14}$ деп дробь десятичный дробь болуп бичилбезе, 177 §-та айдылганы аайынча 3-ти 14-кӧ ӱлеп, бис частныйдыҥ там ла јаҥы цифраларын бичип турар аргалу, онойдо эткенибистеҥ дезе там ла јаҥы десятичный дробьтор болуп турар; бу десятичный дробьтор $\frac{3}{14}$ деп тоого там ла јууктап турар, оныҥ учун бу учуралда $\frac{3}{14}$ деп тоо *учы јок* дробько ооктолып јат деп айдарга јӧптӧжип алгандар:

$$\frac{3}{14}=0{,}214\ldots;$$

мында ӱч точка частныйдыҥ цифраларыныҥ ряды бичилген цифраларла (2,1,4) божобой, оноҥ до ары учы јок барар аргалу болгонын кӧргӱзип јат; оныҥ учун бис мынайда да бичиир эдибис:

$$\frac{3}{14}=0{,}2\ldots;\quad \frac{3}{14}=0{,}21\ldots;\quad \frac{3}{14}=0{,}2142\ldots;$$

база оноҥ до ары.

Учы јок ондый десятичный дробьтордоҥ башка, бис бу ӧйгӧ јетире ӱренип келген десятичный дробьторды *учту* десятичный дробьтор деп айдар.

Учы јок десятичный дробьторды (онойдо ок десятичный темдектери сӱрекей кӧп учту да дробьторды) практический керектерге болуп *туйуктаарга* келижип

јат, бу тушта чике дробьтыҥ ордына, бойыбыстыҥ кӱӱнибис аайынча, јетпес тоолу эмезе ажыра тоолу јууктада алынган дробь аладыбыс (169 §). Јӱзӱнчи ӱлӱге јетире чикезиле болорзынарга турган болзобыс, мындый дробьтын ордына:

3,141592653...

3,14 деп дробьты (јетпес тоолу) аларыбыс; сурактыҥ учуры аайынча муҥунчы ӱлӱге јетире чикези керек болуп турган болзо, 3,142 деп дробьты (ажыра тоолу) аларыбыс.

179. Периодический дробьтор. Бир цифразы эмезе бир канча цифралары јаантайын бир аай такылып турар учы јок десятичный дробьты *периодический* десятичный дробь деп айдар, такылып турган цифралардыҥ бириккенин дезе бу дробьтыҥ *периоды* деп айдар.

Периодический дробьтор *ару* ла *колушкан* болуп јат. Периоды запятойдыҥ кийининеҥ ле ары башталган дробьты ару периодический дробь деп айдар, темдектезе, 2,363636...; запятойдыҥ ла баштапкы периодтыҥ ортозында такылбай турган бир эмезе бир канча цифраларлу дробьты колушкан периодический дробь деп айдар, темдектезе, 0,5232323... . Периодический дробьты кыскарта мынайда бичийтен:

2,3636... деп дробьтыҥ ордына 2, (36) деп бичиир
0,52323... „ „ „ 0,5 (23) „ „ ,

ӧскӧртӧ айтса, периодын скобкалардыҥ ичине тургузар.

180. Тегин дробьты кӧчӱргенинеҥ улам болуп турган учы јок десятичный дробь периодический болор учурлу. Бу свойствоныҥ чынын кандый бир примерле јартап алалыктар. $\frac{19}{7}$ деп дробьты десятичный дробько кӧчӱрерге турганыбыс болзын. 7 деп знаменательге 2 ле 5 деп кӧптӧдӧӧчилер кирбей, ого ӱзеери берилген дробь кыскартылбай турганда, бу дробьтыҥ учту десятичный дробь болор аргазы јок. Онойткондо, ол учы јок десятичный дробько кӧчӱрилер. Оныҥ бир канча баштапкы десятичный темдектерин таап аларга, 19-ты 7-ге ӱлееристбис:

```
19 | 7
50   2,71428571 ...
 10
  30
   20
    60
     40
      50
       10
        3
```

Ӱлеер действие божобой турганда, арткандары да учы јок кӧп болор учурлу. Јe арткандары качан да болзо ӱлеечиден ас; оның учун *башка-башка* арткандары 1,2,3,4,5,6 деп алты цифрадаң јаан болуп болбос. Мынаң кӧргӧндӧ, узада ӱлеп барар болзо, тӱҥей арткандары кыйалта јоктоң т а к ы л ы п т у р а р. Чындап та айткажын, јетинчи артканы баштапкы катап ӱлеерде артканына тӱҥей эмтир, јe байагы артканы катап чыкса, ого нульды кожуп бичийле, азыйдагы ӱлелеечи кандый болгон, ондый ок ӱлелеечи аларыбыс (50); айдарда, частныйда азыйда кандый цифралар болгон, ондый ок цифралар болуп турар, ӧскортӧ айтса, частныйында периодический дробь болор. Бистиң примерде период запятойдың кийининдеги баштапкы цифрадаң башталган, оның учун ару периодический дробь боло берген. Ӧскӧ примерлерде период запятойдың кийининдеги баштапкы цифрадаң башталбай, темдектезе, ӱчӱнчи эмезе кандый бир ӧскӧ цифрадаң башталып туратаны учурап јат; ол тушта колушкан периодический дробь болор.

IV. ПЕРИОДИЧЕСКИЙ ДРОБЬТОРДЫ ТЕГИН ДРОБЬТОРГО КӦЧӰРЕРИ.

181. Ажындыра берилген ајару. Тегин дробьты десятичный дробько кӧчӱргенде, качан да болзо эмезе учту десятичный дробь, эмезе учы јок периодический дробь болорын бис 180 §-та кӧргӧнибис. Эмди периодический дробь берилген болзын, биске дезе ооктолгон кийининде бу периодический дробько тӱҥей болгодый тегин дробь-

ты табарга керек. Онойып эдерге бис озо баштап числители бир бӱдӱн, знаменатели дезе—бир катап эмезе катай бир канча катап бичилген 9 деп цифра болор тегин дробьторды кӧчӱргенинеҥ кандый периодический дробьтор чыгарын кӧрӧликтер, темдектезе, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{99}$ база онон до ары.

$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{99}$	$\frac{1}{999}$
$\frac{1}{10}$ | 9 ; 0,111... ; 10 ; 1	$\frac{1}{100}$ | 99 ; 0,0101... ; 1	$\frac{1}{1000}$ | 999 ; 0,001001... ; 1
$\frac{1}{9}=0,(1)$	$\frac{1}{99}=0,(01)$	$\frac{1}{999}=0,(001)$.

Ӱлеер действиениҥ бу примерлерин кӧрӱп, мындый шӱӱлте чыгарарга кӱч эмес: ондый периодический дробьтордо период эмезе бирдеҥ, эмезе алдында нульдарлу бирдеҥ туруп јат, ого ӱзеери дробьтыҥ знаменателинде 9 деп цифра канча катап бичилген, периодто анча ок цифралар турар.

182. Ару периодический дробьты тегин дробько кӧчӱрери. Бис 0,2323... деп ару периодический дробь чыгып турган тегин дробьты табарга турганыбыс болзын. Онойып эдерге бу периодический дробьты периоды база анча ок цифралу, је алдында нульдарлу бирдеҥ турган онон јеҥил периодический дробьло тӱҥдештирип кӧрӧликтер:

0,232323...
0,010101...

Баштапкы дробько 23 јӱзӱнчи 23 он муҥунчы 23 миллионынчы ӱлӱлер база онон до ары ӱлӱлер кирип јат, экинчи дробько 1 јӱзӱнчи 1 он муҥунчы 1 миллионынчы ӱлӱлер база онон до ары ӱлӱлер кирип јат. Айдарда, баштапкы дробьто бастыра бу разрядтардыҥ десятичный ӱлӱлери экинчи дробьтогы ӱлӱлердеҥ 23 катап кӧп. Оныҥ учун, 0, (23) деп периодический дробь чыгып турган тегин дробь бар болзо, ол 0,(01) деп

периодический дробь чыгып турган тегин дробьтоҥ 23 катап кöп болор учурлу[1]; јe 0,(01) деп дробь $\frac{1}{99}$ деп дробьтоҥ чыгып турганын бис кöргöнибис; онойткондо, 0,(23) деп дробь $\frac{23}{99}$ деп дробьтоҥ чыгар учурлу. Чындап та айткажын:

$$\begin{array}{r|l} 23 & 99 \\ \hline 230 & 0,23... \\ 198 & \\ \hline 320 & \\ 297 & \\ \hline 23 & \end{array}$$

$$\frac{23}{99}=0,232323...=0,(23).$$

Ээжи. **Ару периодический дробьты тегин дробько кöчӱрерге, оныҥ периодын числитель эдип алала, знаменателине дезе 9 деп цифраны, периодто канча цифра бар, анча ок катап бичиир.**

Примерлер:

$$1)\ 0,(7)=\frac{7}{9};\quad 2)\ 2,(05)=2\frac{5}{99};$$

$$3)\ 0,(063)=\frac{63}{999}=\frac{7}{111}.$$

183. Колушкан периодический дробьты тегин дробько кöчӱрери. 0,3(52) деп колушкан периодический дробь чыгар тегин дробьты таап аларга керек болзын.

Онойып эдерге периодический дробьтогы запятойды оҥ јаны јаар темдек ажыра кöчӱрип ийеликтер; ол тушта $3\frac{52}{99}$ деп тегин дробьтоҥ чыккан 3,(52) деп ару периодический дробь боло берер. Јe запятойды оҥ јаны јаар бир темдек ажыра кöчӱреле, бис дробьты 10 катапка кöптöдип ийгенибис; онойткондо, $3\frac{52}{99}$ деп дробь 0,3(52) деп дробь чыккан дробьтоҥ 10 катап кöп

[1] Бу шӱӱлтениҥ мынаҥ јарт айдылганын 190 §-таҥ кöр.

болор. Оныҥ учун, бедиреген дробьты табарга, $3\frac{52}{99}$ деп дробьты 10-го ӱлеп ийер керек. Онойдордо,

$$0{,}35252\ldots = 3{,}(52) : 10 = 3\frac{52}{99} : 10 = \frac{349}{99} : 10 = \frac{349}{990}.$$

Чындап та айткажын,

$$\begin{array}{l|l} 349 & 990 \\ \hline 3490 & 0{,}352\ldots \\ \underline{2970} & \\ \ \ 5200 & \\ \ \ \underline{4950} & \\ \ \ \ \ 2500 & \\ \ \ \ \ \underline{1980} & \\ \ \ \ \ \ \ 520 & \end{array} \qquad \frac{349}{990} = 0{,}3525252\ldots = 0{,}3(52).$$

Колушкан периодический дробьты тегин дробько кӧчӱрерге сӱрекей эптӱ ээжи чыгарып алар аргалу; онойып эдерге $3\frac{52}{99}$ деп колушкан тооны 10-го канайда ӱлеерин ajарып кӧрӧликтер. Озо баштап колушкан тооны чын эмес дробько кӧчӱрип ийеликтер. Онойып эдерге 3-ти 99-ка катаптайла, 52-ни кожуп ийер керек. Jе 3-ти 99-ка катаптаар ордына, бис 3-ти 100-ке катаптайла, болгонын 3-ке астадып ийер аргалу. Онойдордо,

$$3\frac{52}{99} = \frac{3\cdot 99+52}{99} = \frac{3\cdot 100-3+52}{99}.$$

3-ти айрыйла, оныҥ кийининде 52-ни кожор ордына, озо баштап 52-ни кожоло, оныҥ кийининде 3-ти айрырга jараар. Онойткондо,

$$3\frac{52}{99} = \frac{3\cdot 100+52-3}{99} = \frac{352-3}{99}.$$

Эмди бу дробьты 10 катапка астадары арткан, ӧскӧртӧ айтса, оныҥ знаменателине нуль кожуп бичиир; ол тушта бис 0,3(52) деп периодический дробь чыккан тегин дробьты таап аларыбыс. Онойдордо,

$$0{,}35252\ldots = \frac{352-3}{990} = \frac{349}{990}.$$

Онойып ок шӱӱп, мындый болорын табарыбыс:

$$0,26444\ldots=\frac{264-26}{900}=\frac{238}{900}=\frac{119}{450};$$

$$5,7888\ldots=\frac{578-57}{90}=\frac{521}{90}=5\frac{71}{90},$$

эмезе

$$5,7888\ldots=5\frac{78-7}{90}=5\frac{71}{90}.$$

Ээжи. **Колушкан периодический дробьты тегин дробько кӧчӱрерге, экинчи периодко јетире турган тоодоҥ баштапкы периодко јетире турган тооны айрыйла, болгон разностьты числитель эдип алар, знаменателине дезе 9 деп цифраны, периодто канча цифра бар, анча ок катап бичийле, ого ӱзеери периодтыҥ ла запятойдыҥ ортозында канча нульдар бар, анча ок нульдарлу бичиир.**

184. Кандый тегин дробьтор ару периодический дробьторго кӧчӱрилет, кандыйлары колушкан периодический дробьторго кӧчӱрилет. Кандый ла тегин дробьты десятичный дробько кӧчӱргенде, ол дробь учту десятичный эмезе периодический десятичный дробь боло беретенин бис билерибис. Кандый учуралдарда учту десятичный дробьтор ло кандый учуралдарда периодический дробьтор болорын бис база билерибис. Эмди кандый учуралдарда ару периодический дробь, кандый учуралдарда колушкан периодический дробь болорыныҥ јартын билип алалыктар. Бу ушта бис айдып беретен ээжилердиҥ чыны јууктагы параграфтарда јарталар; мында дезе бис бу ээжилердиҥ чынын јартагадый јӱк ле бир кезек шӱӱлтелер ажындыра айдып бередибис.

1. Кыскарткан кийининде знаменателинде 2 ле 5 деп кӧптӧдӧӧчилер јок болуп турган тегин дробь ару периодический дробько кӧчӱрилер.

Темдектезе:

$$\frac{3}{7}=0,(428571);\quad \frac{2}{3}=0,(6);\quad \frac{5}{11}=0,(45).$$

Чындап та айткажын, баштапкызында, ондый дробь кандый-кандый периодический дробько кӧчӱрилер учурлу (180 §); экинчизинде, бу периодический дробь колушкан периодический дробь болбос, ненинг учун дезе колушкан периодический дробь знаменателине 2 ле 5 деп кӧптӧдӧӧчилерлӱ тегин дробько кӧчӱрилип туратанын бис кӧргӧнибис. Онойткондо, берилген дробь ару периодический дробько кӧчӱрилер учурлу.

2. Кыскарткан кийининде знаменателине ӧскӧ кӧптӧдӧӧчилерле кожо 2 ле 5 деп кӧптӧдӧӧчилердинг бирӱзи эмезе экӱлези кирип турган тегин дробь колушкан периодический дробько кӧчӱрилер.

Темдектезе:

$$\frac{35}{42}=\frac{5}{6}=0,8\,(3);\ \frac{8}{15}=0,5(3);$$

$$\frac{119}{450}=0,26(4)\ \text{база онон до ары.}$$

Чындап та айткажын, баштапкызында, ондый дробь кандый-кандый периодический дробько кӧчӱрилер учурлу; экинчизинде, бу периодический дробь ару периодический дробь болбос, ненинг учун дезе ару периодический дробь, бистинг кӧргӧнибис аайынча болзо, знаменателине 2 ле 5 деп кӧптӧдӧӧчилер кирбей турган тегин дробьтонг чыгып јат.

Онойткондо, берилген дробь колушкан периодический дробько кӧчӱрилер учурлу.

Периодический дробьтордынг теориязынынг чынын јартаганы.

185. *Ајару.* Периодический дробьторды тегин дробьторго кӧчӱрери керегинде мынанг озо айдылганы јеткил эмес; темдектезе, кажы ла кожулаачы бир канча катапка кӧптӧзӧ, сумма да анча ок катапка кӧптӧӧр дегени ондо (182 §-та) јарадылат. Тоозынынг *учы бар* кожулаачылардынг суммаларына јарап турган бу эрмек тоозынынг *учы јок* кожулаачылардынг суммаларына, чынын аҥылу јартабаганча, јарабас (учы јок бастыра периодический дробьтор ондый болуп јат).

Периодический дробьтордынг чын-чике теориязы тоолордынг токтоор учы керегинде шӱӱлтеге тӧзӧлгӧлӧнӧт. Бу теорияны кыскарта айдып береликтер.

186. Ээчий-деечий турар тоолордынг токтоор учы. Учы јок a_1, a_2, a_3,..., a_n,... деп ээчий-деечий турган тоолор берилген болзын. Абсолютный величиназы аайынча a_n-a деп разность, n канча ла

кирези јаан болгондо, анча ла кирези кичинектеп турган болзо, a деп тооны бу ээчий-деечий турган тоолордыҥ *токтоор учы* деп айдарга јöптöжип алалыктар. Темдектезе,

$$1+1,\quad 1+\frac{1}{2},\quad 1+\frac{1}{3},\quad \ldots, 1+\frac{1}{n},\quad \ldots$$

деп ээчий-деечий турган тоолордыҥ токтоор учы 1 деп тоо болуп јат, нениҥ учун дезе мындый разность:

$$\left(1+\frac{1}{n}\right)-1=\frac{1}{n}$$

n канча ла кирези јаан болгондо, анча ла кирези кичинектеп јат.

187. Учы јок десятичный дробьто бис бир канча баштапкы десятичный темдектерди алала, арткандарын таштап ийзебис, учту десятичный дробь болор, оны бис учы јок дробьтыҥ кезинтизи деп айдарыбыс.

Темдектезе, мындый дробьтор:

0,8; 0,83; 0,833; 0,8333 база оноҥ до öскöлöри

учы јок 0,8(3) деп периодический дробьтыҥ кезинтилери болуп јат. Текши алза, учы јок кандый ла десятичный дробь учы јок ээчий-деечий турган кезинтилерлӱ болуп јат; ол ок айас бу кезинтилердиҥ кажызы ла учту десятичный дробь болор.

1-кы теорема. *Учы јок десятичный дробько кöчӱрилип турган тегин дробь бу учы јок десятичный дробьтыҥ ээчий-деечий турган кезинтилериниҥ токтоор учы болуп јат.*

Ч ы н ы н к ö р г ӱ с к е н и. Чындап та айткажын, боло берген учы јок десятичный дробьтыҥ баштапкы кезинтизи (öскöртö айтса, баштапкы десятичный темдекке токтогон кезинтизи) берилген тегин дробьтоҥ, $\frac{1}{10}$-га кöрö, ас башкаланып турганын бис билерибис: экинчи кезинтизи оноҥ, $\frac{1}{100}$-ге кöрö, ас башкаланып јат; ӱчӱнчи кезинтизи — $\frac{1}{1000}$-га база оноҥ до ары. Оныҥ учун канча ла кирези кöп темдектӱ алынган кандый ла кезинти берилген тегин дробьтоҥ анча ла кирези ас башкаланып турар; је тоолордыҥ токтоор учы керегинде јартаганы аайынча болзо, берилген тегин дробь бойыныҥ ооктолып турган учы јок десятичный дробиниҥ ээчий-деечий турган кезинтилериниҥ токтоор учы болуп јат.

188. ***2-чи теорема.*** *Эки тегин дробь бойлоры ортодо тӱҥей болзо, олор сок јаҥыс* (учту эмезе учы јок) *десятичный дробько кöчӱрилер.*

Ч ы н ы н к ö р г ӱ с к е н и. $\frac{a}{b}$ ле $\frac{a_1}{b_1}$ деп дробьтор бойлоры ортодо тӱҥей болзын. Олорды десятичный дробьторго кöчӱрип

(числителин знаменателиве ӱлеп), бис муҥунчы ӱлӱлерге токтогоныбыс деп бодойлыктар. Ол тушта $\frac{a}{b}$ле $\frac{a_1}{b_1}$ деп дробьтордыҥ кажызына ла кирип турган муҥунчы ӱлӱлердиҥ эҥ јаан тоозын билип аларыбыс (нениҥ учун дезе частныйды 1 де муҥунчы ӱлӱге кӧптӧдип ийзебис, чын ӱлегенинеҥ јаан тоо болор эди). Је берилгени аайынча $\frac{a}{b}$ле $\frac{a_1}{b_1}$ деп дробьтор тӱҥей; онойткондо, олордыҥ кажызына ла кирип турган муҥунчы ӱлӱлердиҥ эҥ јаан тоозы база тӱҥей болор учурлу. Онойдордо, десятичный дробьтордыҥ экӱлезиниҥ баштапкы ӱч десятичный темдеги, чике айтса $\frac{a}{b}$ле $\frac{a_1}{a_1}$деп дробьторды кӧчӱргенинеҥ болгон темдектери тӱҥей болор учурлу. База онойдо ок шӱӱп, десятичный темдектердиҥ кандый ла тоозы тӱҥей болор учурлу деп јартап аларыбыс; ӧскӧ сӧстӧрлӧ айтса, дробьтор экӱлези бойлоры ортодо тӱп-тӱҥей болор учурлу.

189. ***3-чи теорема*** (2-чи теоремага кайра айдылганы). *Эки тегин дробь сок јаҥыс* (учту эмезе учы јок) *десятичный дробько кӧчӱрилип турган болзо, ондый тегин дробьтор бойлоры ортодо тӱҥей болор.*

Ч ы н ы н к ӧ р г ӱ с к е н и. $\frac{a}{b}$ле $\frac{a_1}{b_1}$деп дробьтор сок јаҥыс N деп десятичный дробько кӧчӱрилип турган болзын. Бу дробь учту болзо, бисте мындый теп-теҥ тӱҥейликтер боло берер:

$$\frac{a}{b}=N \quad \text{база} \quad \frac{a_1}{b_1}=N;$$

онойткондо,

$$\frac{a}{b}=\frac{a_1}{b_1}.$$

N деп дробь учы јок болзо, $\frac{a}{b}$ле$\frac{a_1}{b_1}$ деп дробьтордыҥ кажызы ла N деп дробьтыҥ ээчий-деечий турган кезинтилериниҥ токтоор учына тӱҥей, онойткондо,

$$\frac{a}{b}=\frac{a_1}{b_1}.$$

190. ***4-чи теорема.*** *Ару периодический дробьтыҥ ээчий-деечий турган кезинтилери тегин дробько тӱҥей токтоор учту болуп јат, бу тегин дробьтыҥ числители—экинчи периодко јетире турган ла баштапкы периодко јетире турган тоолор ортодогы разность, знаменатели дезе—периодто канча цифралар бар, анча ок катап бичилген 9 деп цифра.*

Ч ы н ы н к ӧ р г ӱ с к е н и. Темдектезе, 7,2323... деп ару периодический дробь алалыктар. Бу дробьтыҥ n периодту кезинтизин X_n деп буквала темдектеп алалыктар, ӧскӧртӧ айтса, мындый болзын:

$$\overbrace{7{,}2323\ .\ .\ .\ 23}^{n}=7+\frac{23}{100}+\frac{23}{100^2}+\ .\ .\ .\ +\frac{23}{100^n}=X_n.$$

Бу тӱҥейликтиҥ эки јанын экӱлезин 100-ке катаптап ийеликтер:

$$\overbrace{723{,}2323\ .\ .\ .\ 23}^{n-1}=723+\frac{23}{100}+\frac{23}{100^2}+\ .\ .\ .\ +\frac{23}{100^{n-1}}=100\ X_n.$$

Бу тӱҥейликтеҥ алдындагы тӱҥейликти айрып ийеле, таап ала-рыбыс:

$$723-7-\frac{23}{100^n}=99X_n,$$

мынаҥ

$$\frac{723-7}{99}-\frac{23}{100^n\cdot 99}=X_n,$$

эмезе

$$\frac{723-7}{99}-X_n=\frac{23}{100^n\cdot 99}.$$

n периодтордыҥ тоозы там ла көптөгөнинеҥ (723 – 7) : 99 деп кубулбас тоо ло X_n деп тоо ортодо разность болуп турар, берилген кандый ла тоодоҥ (бу тоо кандый да кичинек болзо) ас болуп артар деп, калганчы тӱҥейликтеҥ кӧрӱнип јат; онызы дезе мындый болуп јат:

$$\text{токтоор учы } X_n=\frac{723-7}{99}=7\frac{23}{99}.$$

723—экинчи периодко јетире турган тоо деп, 7 дезе—баштапкы периодко јетире турган тоо деп, тоолордыҥ бу токтоор учын табатан эп-аргадаҥ кӧрӱнип јат; айдарда, теоремада айдылганына числитель јарап јат. Знаменатель теоремага база јарап јат, нениҥ учун дезе периодто канча цифра бар, 9 деп цифра анча ок катап бичилип јат.

Периодический дробтыҥ бӱдӱн тоозын бис оноҥ бӧлӱп те ийер, ӧскӧртӧ айтса, мынайда да бичиир аргалу:

$$\text{токтоор учы } 7{,}(23)=7+\text{токтоор учы } 0{,}(23)=7+\frac{23}{99}=7\frac{23}{99}.$$

191. ***5-чи теорема.*** *Колушкан периодический дробтыҥ ээчий-деечий турган кезиндилери тегин дробко тӱҥей токтоор учту болуп јат, бу тегин дробтыҥ числители—экинчи периодко јетире турган ла баштапкы периодко јетире турган тоолор ортодогы разность, знаменатели дезе—периодто канча цифра бар, анча ок катап бичилген, ого ӱзеери запятой ло баштапкы период ортодо канча цифра бар, анча ок нульдарлу 9 деп цифра.*

Ч ы н ы н к ӧ р г ӱ с к е н и. Колушкан периодический дробь алалыктар, темдектезе, мындыйын:

$$8{,}52(375),$$

оныҥ кийининде база катап кӧрӧликтер:

$$8{,}52\underbrace{375375\ldots375}_{n}=8+\frac{52}{100}+\frac{375}{100\cdot1000}+\frac{375}{100\cdot1000^2}+$$
$$+\ \ldots\ +\frac{375}{100\cdot1000^n}=X_n.$$

Бу тӱӈейликтиҥ эки јанын экӱлезин 100-ке катаптайла, оныҥ кийининде дезе болгон тӱӈейликти 1000-га катаптазабыс, мындый болор:

$$852+\frac{375}{1000}+\ \ldots\ +\frac{375}{1000^n}=100X_n;$$

$$852375+\frac{375}{1000}+\ \ldots\ +\frac{375}{1000^{n-1}}=100000X_n.$$

Калганчы тӱӈейликтеҥ алдындагы тӱӈейликти айрыйла, таап аларыбыс:

$$852375-852-\frac{375}{1000^n}=99900X_n,$$

мынаҥ

$$\frac{852375-852}{99900}-\frac{375}{1000^n\cdot99900}=X_n,$$

эмезе

$$\frac{852375-852}{99900}-X_n=\frac{375}{1000^n\cdot99900}.$$

n учы-кеми јок кӧптӧӧр тушта калганчы тӱӈейликтеҥ мындый болоры кӧрӱнет:

$$\text{токтоор учы } X_n=\frac{852375-852}{99900}=8\frac{52323}{99900}.$$

Бис мында периодический дробтыҥ бӱдӱн тоозын бӧлӱп ийер ӧскӧртӧ айтса, мынайда да бичиир аргалу:

$$\text{токтоор учы } X_n=8+\text{токтоор учы } 0{,}52(375)=8+\frac{52375-52}{99900}.$$

Примерлер:

$$1)\ 2{,}(05)=\frac{205-2}{99}=\frac{203}{99}=2\frac{5}{99}.$$

$$2)\ 0{,}(063)=\frac{63}{999}=\frac{7}{111}.$$

$$3)\ 0{,}26(4)=\frac{264-26}{900}=\frac{238}{900}=\frac{119}{450}.$$

$$4)\ 5{,}7(8)=\frac{578-57}{90}=\frac{521}{90}=5\frac{71}{90},\ \text{эмезе}\ 5{,}7(8)=5\frac{78-7}{90}=5\frac{71}{90}.$$

192. *Ајару.* Кажы ла периодический десятичный дробтыҥ ээчий-деечий турган кезиктилериниҥ токтоор учы кандый бир тегин дробь болуп јат деп, 4-чи ле 5-чи теоремалар кӧргӱзип јат.

Мынаҥ 1-кы теорема аайынча мындый шӱӱлте чыгып јат: берилген периодический дробько ооктолгодый кандый бир тегин дробь бар болзо, бу тегин дробь берилген периодический дробьтыҥ токтоор учына тӱҥей.

Је јаҥыс ла öрöги теоремаларга тöзöлгöлöнип, кандый ла периодический дробьто ого ооктолгодый тегин дробь бар болотон учурлу деп айдарга јарабас. Чындап та айткажын, онызы учураган ла периодический дробько чын болуп турар деп айдарга јарабазын бис эмди кöрӱп аларыбыс.

193. ***6-чы теорема.*** *Берилген периодический дробьтыҥ периоды 9 деп јаҥыс цифрадаҥ турган болзо, берилген периодический дробько ооктолгодый тегин дробь јок болор. Мынаҥ öскö бастыра учуралдарда периодический дробьтыҥ ээчий-деечий турган кезинтилериниҥ токтоор учы болуп турган тегин дробь бу периодический дробько ооктолып јат.*

Онызы мындый болуп јат: периоды 9 деп јаҥыс цифрадаҥ турбай турган кандый ла (ару эмезе колушкан) периодический дробь бичип алзабыс, бис качан да болзо ол периодический дробько ооктолгодый тегин дробь таап алар аргалу; је периодында 9 деп јаҥыс цифра турган периодический дробь кандый да тегин дробьтыҥ ооктолгоны болбос.

Ч ы н ы н к ö р г ӱ с к е н и. 1) 9 деп периодту кандый ла периодический дробь берилген болзын, темдектезе, 5,28(9). Десятичный дробько ооктоор тушта 5,28(9) болуп турган тегин дробь бар болзо, бистиҥ билерибис аайынча бу тегин дробь берилген периодический дробьтыҥ ээчий-деечий турган кезинтилериниҥ токтоор учына тӱҥей болор эди; је 5,28(9) деп дробьтыҥ токтоор учы, 5-чи теорема аайынча, мындый болор:

$$\frac{5289-528}{9\cdot 10^2}=\frac{5280+9-528}{9\cdot 10^2}=\frac{528\cdot 10-528+9}{9\cdot 10^2}=\frac{528\cdot 9+9}{9\cdot 10^2}=\frac{528+1}{10^2},$$

öскöртö айтса, знаменателине, 2 ле 5 деп кöптöдööчилердеҥ башка, кандый да тегин кöптöдööчилер кирбей турган дробь болуп јат; ондый тегин дробь периодический десятичный дробько ооктолор эмес, учту десятичный дробько ооктолор деп, бис билерибис. Бис чынын кöргӱзерге (кöргӱзӱлӱ болзын деп) пример алганыбыс, је бистиҥ айткан шӱӱлтебис периоды 9 болуп турган кандый ла периодический дробько чын болуп артат.

2) Эмди дезе биске периоды 9-таҥ башка, эмезе јаҥыс цифрадаҥ, эмезе бир канча цифралардаҥ турган периодический дробь берилген болзын, темдектезе, 7,(23). 4-чи теореманыҥ чынын кöргӱзер тушта бис мынайда болоп турганыбыс:

$$\overbrace{7{,}2323\ldots23}^{n}=X_n$$

база n öзӱп турганда, кöргöнибис:

$$7\frac{23}{99}=\frac{723-7}{99}=X_n$$ деп токтоор учына;

чике айтса, ондо мындый болгонын кöргöнибис:

$$\frac{723-7}{99}-X_n=\frac{23}{100^n\cdot 99}<\frac{1}{100^n},$$

нениҥ учун дезе $\frac{23}{99}<1$ (9-таҥ башка, кандый ла периодко чын болуп артып турган шак бу калганчы тӱҥей эмес болгоны бистиҥ аҥылу примерде айткан шӱӱлтебисти периоды, 9-таҥ башка, кандый ла дробько јарадарга болужып јат). Је знаменатели 100^n болгон X_n деп учту десятичный дробь $\frac{723-7}{99}$ деп тооныҥ $\frac{1}{100^n}$ ӱлӱзине јетире (јетпес тоолу) јууктада алынганы болуп јат; берилген тооны десятичный дробько ооктогонынаҥ табылып турган кезинтилер, бистиҥ билгенибисле болзо, ондый јууктада алынган тоолор болуп јат; айдарда, X_n деп тоо—$\frac{723-7}{99}$деп тооны ооктоордо болгон кезинти; n дезе кандый ла тоо болуп турганда, $\frac{723-7}{99}$ деп тооныҥ десятичный дробько ооктолгоны 7,(23) деп периодический дробько чындап та тӱҥей болор.

194. *Чыккан шӱӱлтелер.* 1) *Ару периодический дробько кӧчӱрилип турган тегин дробтыҥ знаменателинде кыскарткан кийининде 2 ле 5 деп кӧптӧдӧӧчилер болбой јат, нениҥ учун дезе ол, 4-чи теорема аайынча, качан да болзо 9 деп цифрага токтоп турган тооло кӧргӱзилер аргалу, оныҥ учун ол 2-ге де, 5-ке де ӱлелип болбос, айдарда, дробты кыскарткан кийининде ондо бу кӧптӧдӧӧчилер качан да болбос.*

2) *Тегин дробтыҥ колушкан периодический дробько кӧчӱрилип турган знаменателинде 2 ле 5 деп кӧптӧдӧӧчилердиҥ бирӱзи эмезе экӱлези болуп јат.*

Чындап та айткажын, бу знаменатель, 5-чи теорема аайынча, учында нульду тооло кӧргӱзилер аргалу, оныҥ учун 2-ге де, 5-ке де ӱлелип јат. Числитель учында нульду болгон болзо, бу кӧптӧдӧӧчилер экӱлези кыскартылар эди. Је числитель экинчи периодко јетире турган тооноҥ баштапкы периодко јетире турган тооны айрыырда болуп јат; периодтыҥ калганчы цифразы периодтоҥ озо турган калганчы цифрага (период башталатан јеринеҥ башталган болзо) тӱҥей болбос болуп турганда, числительдиҥ учында нуль турбас. Оныҥ учун (кыскартылгадый болзо) кыскарткан да кийнинде знаменателинде эмезе 2, эмезе 5, эмезе бу кӧптӧдӧӧчилер экӱлези артар.

3) *Знаменателинде 2 ле 5 деп кӧптӧдӧӧчилер јок болуп турган тегин дробь ару периодический дробько кӧчӱрилип јат.*

Темдектезе:

$$\frac{3}{7}=0,(428571);\quad \frac{2}{3}=0,(6);\quad \frac{5}{11}=0,(45).$$

Чындап та айткажын: 1) ондый дробь кандый бир периодический дробько кӧчӱрилер учурлу (180 §); бу периодический дробь колушкан периодический дробь болбос учурлу, нениҥ учун дезе колушкан периодический дробько, бистиҥ кӧргӧнибисле болзо,

јаҥыс ла знаменателинде 2 ле 5 деп көптӧдӧӧчилерлӱ тегин дробь кӧчӱрилер аргалу. Онойткондо, берилген дробь ару периодический дробько кӧчӱрилер учурлу.

4) *Кыскарткан кийининде ӧскӧ көптӧдӧӧчилерле кожо знаменателине 2 ле 5 деп көптӧдӧӧчилердиҥ бирӱзи (эмезе экӱлези) кирип турган тегин дробь колушкан периодический дробько кӧчӱрилер.*

Темдектезе:

$$\frac{35}{42}=\frac{5}{6}=0,8(3);\ \frac{8}{15}=0,5(3);\ \frac{119}{450}=0,26(4)$$ база оноҥ до ары.

Чындап та айткажын: 1) ондый дробь кандый бир периодический дробько кӧчӱрилер учурлу; 2) бу периодический дробь ару дробь болуп болбос, нениҥ учун дезе ару периодический дробь јаҥыс ла знаменателинде 2-ле 5 деп көптӧдӧӧчилер јок болуп турган тегин дробьтоҥ бӱдетенин бис билерибис. Онойткондо, берилген дробь колушкан периодический дробько кӧчӱрилер учурлу.

VI БӦЛҮК.

ПРОПОРЦИОНАЛЬНЫЙ ВЕЛИЧИНАЛАР.

I. ПРОПОРЦИЯЛАР.

195. Пропорциялар. *Эки отношениениҥ тӱҥейин пропорция деп айдар.* Темдектеп алза,

$$\frac{3}{4}=\frac{9}{12}, \frac{10}{2\frac{1}{2}}=\frac{1\frac{1}{3}}{\frac{1}{3}}, \frac{3\frac{1}{2}кг}{5\ кг}=\frac{\frac{1}{2}м}{\frac{5}{7}м}$$

деп тӱҥейликтер пропорциялар болуп јат. Бу пропорцияларды мынайда бичиирге јараар:

$$3:4=9:12, \qquad 10:2\frac{1}{2}=1\frac{1}{3}:\frac{1}{3}$$ база оноҥ до ары.

Сӧстӧрлӧ бу пропорцияларды мынайда кычыратан: *3-ти 4-кӧ ӱлегежин, 9-ты 12-ге ӱлегендий; 10-ды* $2\frac{1}{2}$*-ге ӱлегежин,* $2\frac{1}{3}$*-ни* $\frac{1}{3}$*-ге ӱлегендий* (эмезе 3 4-кӧ келишкен чилеп, 9 12-ге келижип јат; 10 $2\frac{1}{2}$-ге келишкен чилеп, $1\frac{1}{3}$ $\frac{1}{3}$-ге келижип јат) база оноҥ до ары онойып ок кычырар. Пропорцияны тургузып турган кажы ла эки отношениениҥ члендери эмезе (бистиҥ баштапкы эки примерде чилеп) ады јок тоолор болор, эмезе (ӱчӱнчи примерде чилеп) јаҥыс атту тоолор болор. Калганчы учуралда баштапкы отношениениҥ члендери бир атту тоолор бололо (темдектезе, килограммдар), экинчи отношениениҥ члендери дезе ӧскӧ дӧ атту тоолор болзо, кем јок (темдектезе, метрлер); бу тушта кажы ла отношение ады јок тоо болуп јат, пропорция дезе ады јок бу эки тооныҥ тӱҥейи болор.

Кажы ла пропорция озо турар эки члендў база ээчий турар эки члендў болуп јат. Пропорцияны тургузып турган отношениелердиҥ члендерин *пропорцияның члендери* деп айдатан. Темдектезе, мындый пропорцияда:

$$3 : 4 = 9 : 12 \qquad (1)$$

3-ти ле 12-ни *кырындагы* члендер деп, 4-ти ле 9-ты *ортозындагы* члендер деп айдатан. Пропорцияның кажы ла членин ононг ӧскӧ ўч членине *тӧртўнчи пропорциональный* деп айдар.

196. Пропорциялардың тӧс свойствозы. Бу параграфта бис јаҥыс ла бастыра члендери ады јок тоолорлу пропорциялар керегинде айдарыбыс.

$\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$ деп пропорцияны кӧрӧликтер;

кажы ла тўҥей отношениени $4 \cdot 12$ деп тоого, ӧскӧртӧ айтса, отношениелердиҥ ээчий турган члендерининг произведениезине катаптап ийеликтер; болгонында катап ла тўҥей тоолор таап аларыбыс:

$$\frac{3 \cdot 4 \cdot 12}{4} = \frac{9 \cdot 4 \cdot 12}{12},$$

эмезе, кыскарткан кийининде,

$$3 \cdot 12 = 9 \cdot 4.$$

Бу тўҥейликтеҥ мындый шўўлте чыгып јат:

пропорцияның кырындагы члендеринин произведениези оның ортозындагы члендеринин произведениезине тўҥей.

Је ойто кайра да алза, **эки тооның произведениези база ӧскӧ эки тооның произведениезине тўҥей болор эдип талдап алган тӧрт тоо качан да болзо пропорцияның члендери болуп јат** деп јартап аларга јеҥил.

Чындап та айткажын, темдектезе, $4 \cdot 15 = 3 \cdot 20$ деп тўҥейликти алалыктар; оның эки јанын экўлезин $15 \cdot 3$ деп произведениеге ўлейле, кыскарткан кийининде табарыбыс:

$$\frac{3}{4} = \frac{20}{15};$$

мында бис берилген тўҥейликтин эки јанын ӧскӧ дӧ произведениелерге, темдектезе, $4 \cdot 3$, $4 \cdot 20$ эмезе

15 · 20 деп произведениелерге ӱлеп, јӱзӱн-јӱӱр пропорциялар таап алар аргалу болгоныбыс.

Бу ээжидеҥ туура турган сок јаҥыс учурал мындый: эки произведениениҥ бирӱзинде (эмезе экӱлезинде) кӧптӧдӧӧчилер экӱлези нульдар болгондо, темдектезе, $0 \cdot 5 = 0 \cdot 0$; бу учуралда берилген тоолордоҥ пропорцияны тургузып болбос, нениҥ учун дезе ондый пропорцияда ээчий турган члендердиҥ бирӱзи нуль болор учурлу, ондыйы дезе јарабас болуп турганын бис билерибис.

Текши бӱдӱмиле $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ деп пропорцияныҥ тӧс свойствозын мынайда бичийтен:

$$ad=bc.$$

Ойто кайра алза, $ad=bc$ деп тӱҥейликтеҥ мындый болор:

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}, \frac{a}{c}=\frac{b}{d}, \frac{d}{b}=\frac{c}{a}, \frac{d}{c}=\frac{b}{a}.$$

197. Тӧс свойстводоҥ чыккан шӱӱлтелер. 1) Пропорцияныҥ кырындагы членин табарга, ортозындагы члендердиҥ произведениезин кырындагы экинчи членге ӱлеп ийер керек;

пропорцияныҥ ортозындагы членин табарга, кырындагы члендердиҥ произведениезин ортозындагы экинчи членге ӱлеп ийер керек.

Онызы биске, пропорцияныҥ ӱч члени јарт болзо, арты јок членин табарга болужып јат; темдектезе, мындый пропорция:

$$10 : x = 45 : 20,$$

мында ортозындагы јарты јок член x ажыра темдектелген, оны мынайда таап јадыбыс:

$$x=\frac{10 \cdot 20}{45}=4\frac{4}{9}.$$

2) Пропорцияныҥ члендерин јерлериле солуштырары. Кажы ла пропорцияда: 1) ортозындагы члендерин, 2) кырындагы члендерин ле 3) кырындагы члендерин ортозындагы члендериле, оныҥ кийининде ойто кайра солуштырарга јараар. Онойып солуштырганынаҥ пропорция бузулбас, нениҥ учун дезе кырындагы члендердиҥ ле ортозындагы члендердиҥ произведениелери

ортодо тӱҥейлик бузулбас. Темдектезе, мындый пропорция бар болзын:

$$1)\ 4:7=12:21.$$

Оныҥ ортозындагы члендерин солуштырып ийзебис, мындый пропорция болор:

$$2)\ 4:12=7:21.$$

Бу эки пропорцияныҥ кажызында ла кырындагы члендерин солуштырып ийеликтер, ол тушта база эки пропорция боло берер:

$$3)\ 21:7=12:4;\quad 4)\ 21:12=7:4.$$

Калганчызында, болгон тӧрт пропорцияныҥ кажызында ла ортозындагы члендерин кырындагы члендериниҥ ордына, кырындагы члендерин ортозындагы члендериниҥ ордына тургузып ийзебис, ол тушта база тӧрт пропорция болор:

$$5)\ 7:4=21:12;\qquad 7)\ 7:21=4:12;$$
$$6)\ 12:4=21:7;\qquad 8)\ 12:21=4:7.$$

Бу сегис пропорцияныҥ кажызында ла отношениелерди солуштырарга кем јок болор эди, ӧскӧртӧ айтса, экинчи отношениени баштапкы отношение эдип, баштапкызын дезе экинчизи эдип тургузарга јараар, је онойдо солуштырганынаҥ јаҥы пропорция болбос деп јартап аларга кӱч эмес. Темдектезе, 5-чи пропорцияда отношениелерди солуштырып ийзебис, јаҥы пропорция болбос, 4-чи пропорция боло берер. Онойткондо, башка-башка эптер аайынча солуштырып, јаҥыс пропорцияныҥ ордына сегис пропорция тургузып алар аргалу.

3) Пропорцияныҥ чынын шиҥжӱлеп кӧрӧри. Пропорцияныҥ чынын шиҥжӱлеп кӧрӧргӧ, пропорцияныҥ ол ок тӧс свойствозы аайынча, оныҥ кырындагы члендериниҥ произведениези ортозындагы члендериниҥ произведениезине тӱҥей деп јартына чыгып алар керек. Темдектезе, $4:7=868:1519$ деп пропорция чын, нениҥ учун дезе $1519\cdot 4=868\cdot 7$.

198. Орто геометрический. Ортозындагы члендери тӱҥей болуп турган пропорция алалыктар, темдектезе:

$$36:12=12:4.$$

Ондый пропорцияның такып алынып турган членин пропорцияның арткан эки членининг *орто геометрический* деп айдатан. Онойдо, 12 деп тоо 36-ның ла 4-тиң орто геометрический болуп јат.

Онойдордо, a ла b деп тоолордыҥ орто геометрический табарга керек болзо, бис оны x деп буквала темдектейле, мындый пропорция бичип алар аргалу:

$$a : x = x : b,$$

оноҥ

$$x^2 = ab.$$

Айдарда, *берилген эки тооның орто геометрический квадрады бу эки тооның произведениезине тӱҥей ӱчӱнчи тоо болуп јат.*[1] Темдектезе, 25-тиң ле 4-тиң орто геометрический 10, нениҥ учун дезе $10^2 = 25 \cdot 4$.

199. Орто арифметический. *Берилген бир канча тоолордың суммазын олордың тоозына ӱлегенинеҥ болгон частныйды бу тоолордың орто арифметический деп айдар.* Темдектезе, 10, 2, 8 ле 12 деп тӧрт тооның орто арифметический мындый болор:

$$\frac{10+2+8+12}{4} = \frac{32}{4} = 8.$$

Орто арифметический мындый свойстволу: берилген тоолорды кожор тушта олордың кажызын ла орто арифметическийиле солуза, бу тоолордың суммазы кубулбас. Темдектезе, 10, 2, 8 ле 12 деп тӧрт тооның суммазы 32 база $8+8+8+8$ деп сумма онойып ок 32 болуп јат.

Темдектезе, ӧдӱп турган јылдың баштапкы тӧрт айының туркуна фабриканың ижиниң арбыны ӧткӧн јылдың декабрь айындагызынаҥ ӧрӧ кӧдӱриле берген болзын: январьда 10000 салковойго, февральда 2000 салковойго, мартта 8000 салковойго, апрельде 12000 салковойго. Ол тушта иштиҥ арбыны орто кеминде бийиктегени бу 4 айдың туркуна ай сайын 8000 салковойдоҥ болгон деп айдарга јараар. Онызын мынайда билер керек: фабриканың ижиниң арбыны ай сайын тӱҥей тоого, чике айтса, 8000 салковойго, бийиктеп турган болзо, кандый болор эди, оның бастыра 4 айга ижиниң арбыны ондый ок болгон.

Кӧп аразында онойдо ок орто кирелте керегинде, движениениҥ орто тӱргени керегинде, албатының орто плотнозы керегинде база оноҥ до ӧскӧ немелер керегинде айдышкылап јат. Бастыра бу айдылган учуралдарда куучын орто арифметический керегинде ӧдӱп јат.

200. Производный пропорциялар. Бир пропорциядаҥ производный пропорциялар деп айдылатан бир канча ӧскӧ пропорцияларды, мындый шӱӱлтелерге таянып, тургузып алар аргалу.

---

[1] Онойткондо, эки тооның орто геометрический бу тоолордың произведениезинеҥ алган квадратный тазылга тӱҥей.

Кандый бир отношение алалыктар, темдектезе, $21:7$. Оныҥ озо турган членине ээчий турган членин кожуп ийеле, ээчий турган членин дезе кубултпай артырып салзабыс, азыйдагызынаҥ 1-ге кӧп $(21+7):7$ деп јаҥы отношение боло берер. Озо турган членинеҥ ээчий турган членин (бистиҥ примерде чилеп, айрыыр арга бар болзо) айрып ийеле, ээчий турган членин дезе кубултпай артырзабыс, азыйдагызынаҥ 1-ге ас $(21-7):7$ деп јаҥы отношение боло берер.

Мыны кӧрӱп алала, кандый бир пропорция алалыктар:

$$21:7=30:10,$$

оноҥ дезе јаҥы пропорцияны мынайда тургузып аларыбыс:

$$(21+7):7=(30+10):10. \qquad (1)$$

Бу пропорция чын, нениҥ учун дезе оныҥ кажы ла отношениези берилген пропорцияныҥ отношениелериниҥ јаҥыс тоого, чике айтса, 1 бирге кӧп. Бистиҥ тургузып алган производный пропорциябысты мынайда айдарга јараар:

баштапкы отношениениҥ члендериниҥ суммазы оныҥ ээчий турган членине канайда келижип јат, экинчи отношениениҥ члендериниҥ суммазы оныҥ ээчий турган членине онойдо ок келижип јат.

Берилген пропорциядаҥ эмди мындый пропорция тургузып алалыктар:

$$(21-7):7=(30-10):10. \qquad (2)$$

Бу пропорция чын, нениҥ учун дезе оныҥ кажы ла отношениези берилген пропорцияныҥ отношениелериниҥ јаҥыс тоого, чике айтса, 1 бирге ас. Бистиҥ тургускан бу производный пропорциябысты мынайда айдарга јараар:

баштапкы отношениениҥ члендериниҥ разнозы оныҥ ээчий турган членине канайда келижип јат, экинчи отношениениҥ члендериниҥ разнозы оныҥ ээчий турган членине онойдо ок келижип јат.

Бу эки производный пропорцияныҥ члендерин јерлериле солуштырып, база ӧскӧ производный пропорциялар тургузып алар аргалу.

Темдектезе, баштапкы производный пропорцияда ла

берилген пропорцияда ортозындагы члендерин солуштырып ийзебис, мындый производный пропорциялар болор:

$$(21+7):(30+10)=7:10;$$

$$21:30=7:10.$$

Бу эки производный пропорцияда экинчи отношениелер тӱҥей; айдарда, баштапкы отношениелер тӱҥей болор учурлу:

$$(21+7):(30+10)=21:30.$$

Ортозындагы члендерин солуштырала, мындый пропорция таап аларыбыс:

$$(21+7):21=(30+10):30. \qquad (3)$$

Бу ӱчӱнчи производный пропорцияны мынайда айдарга јараар:

баштапкы отношениениҥ члендериниҥ суммазы оныҥ озо турган членине канайда келижип јат, экинчи отношениениҥ члендериниҥ суммазы оныҥ озо турган членине онойдо ок келижип јат.

Экинчи производный пропорцияда ла берилген пропорцияда ортозындагы члендерин солуштырып ийзебис, мындый пропорция болор:

$$(21-7):(30-10)=7:10;$$

$$21:30=7:10,$$

онон

$$(21-7):(30-10)=21:30,$$

эмезе

$$(21-7):21=(30-10):30. \qquad (4)$$

Бу тӧртӱнчи производный пропорцияны мынайда айдарга јараар:

баштапкы отношениениҥ члендериниҥ разнозы оныҥ озо турган членине канайда келижип јат, экинчи отношениениҥ члендериниҥ разнозы оныҥ озо турган членине онойдо ок келижип јат.

Баштапкы ла экинчи производный пропорцияларда ортозындагы члендерин солуштырала, таап аларыбыс:

$$(21+7):(30+10)=7:10;$$

$$(21-7):(30-10)=7:10,$$

онон

$$(21+7):(30+10)=(21-7):(30-10),$$

эмезе

$$(21+7):(21-7)=(30+10):(30-10). \qquad (5)$$

Бу бежинчи производный пропорцияны мынайда айдарга јараар:

баштапкы отношениениҥ члендериниҥ суммазы олордыҥ разнозына канайда келижип јат, экинчи отношениениҥ члендериниҥ суммазы бойлорыныҥ разнозына онойдо ок келижип јат.

201. Тӱҥей отношениелердиҥ свойствозы. Јаҥыс ла пропорцияга, ӧскӧртӧ айтса, эки отношениениҥ тӱҥейине јарайтан эмес, је ӱч, тӧрт база онон до кӧп отношениелердиҥ тӱҥейине јарагадый база бир свойство айдып береликтер.

Тӱҥей бир канча отношениелер алалыктар, темдектезе, мындыйларын:

$$40:10=20:5=8:2=\ldots\ .$$

Кандый ла отношениеде озо турган член отношениеге катапталган ээчий турган членге тӱҥей болуп турганда база бистиҥ примерде кажы ла отношение 4-кӧ тӱҥей болуп турганда, бис мынайда бичип алар аргалу:

$$40=10\cdot4;\qquad 20=5\cdot4;\qquad 8=2\cdot4;\ldots\ .$$

Бу тӱҥейликтердиҥ сол јандарын бойлоры ортодо ло оҥ јандарын бойлоры ортодо кожуп ийеликтер. Тӱҥей тоолорды кошконынаҥ бис тӱҥей суммалар таап алар учурлу; оныҥ учун

$$40+20+8+\ldots=10\cdot4+5\cdot4+2\cdot4+\ldots\ .$$

Бу тӱҥейликтиҥ оҥ јанында 4-кӧ алдынаҥ башка 10,5,2 . . . деп тоолор катапталып, онон болгон произведениелер кожулып турган эмтир. Оныҥ ордына озо баштап 10,5,2 . . . деп тоолорды кожоло, оныҥ кийнинде суммазын 4-кӧ катаптаарга јараар. Оныҥ учун бис бичиген калганчы тӱҥейликти мынайда бичиирге јараар:

$$40+20+8+\ldots=(10+5+2+\ldots)\cdot4.$$

Бу тӱҥейликтиҥ эки јанын 10+5+2+ . . . деп суммага ӱлеп ийзебис,онон тӱҥейлик бузулбас; айдарда

$$(40+20+8+\ .\ .\ .\ ):(10+5+2+\ .\ .\ .\ )=4.$$

Јe бис алган кажы ла тӱҥей отношение база 4 деп тоого тӱҥей; онойткондо,

$$(40+20+8+\ .\ .\ .\ ):(10+5+2+\ .\ .\ .\ )=$$
$$=40:10=20:5=8:2=\ .\ .\ .$$

Текшии алза, бисте тӱҥей бир канча отношениелер бар болзын

$$\frac{a}{b}=\frac{a_1}{b_1}=\frac{a_2}{b_2}=\ .\ .\ .\ =q.$$

Ол тушта

$a=bq$; $a_1=b_1q$; $a_2=b_2q$; . . . база оноҥ до ары.

Бу тӱҥейликтерди кожуп ийзебис, мындый болор:

$$a+a_1+a_2+\ .\ .\ .\ =bq+b_1q+b_2q+\ .\ .\ .\ =(b+b_1+b_2+\ .\ .\ .\ )q.$$

Эмди тӱҥейликтиҥ эки јанын $b+b_1+b_2+\ .\ .\ .$ деп суммага ӱлеп ийзебис, тӱҥейлик бузулбас:

$$\frac{a+a_1+a_2+\ .\ .\ .}{b+b_1+b_2+\ .\ .\ .}=q.$$

Јe берилген отношениелердиҥ кажызы ла база q-ге тӱҥей; айдарда,

$$\frac{a+a_1+a_2+\ .\ .\ .}{b+b_1+b_2+\ .\ .\ .}=\frac{a}{b}=\frac{a_1}{b_1}=\frac{a_2}{b_2}=\ .\ .\ .\ .$$

Онойдордо,

бир канча отношениелер бойлоры ортодо тӱҥей болзо, олордыҥ озо турган члендериниҥ суммазы олордыҥ ээчий турган члендериниҥ суммазына канайда келижип јат, кандый бир озо турган член бойыныҥ ээчий турган членине онойдо ок келижип јат.

Кандый ла пропорция эки отношениениҥ тӱҥейи болуп турганда, бис айдып берген свойство алдынаҥ башка турган кандый ла пропорцияга јараар.

II. ВЕЛИЧИНАЛАРДЫҤ ПРОПОРЦИОНАЛЬНЫЙ КАМААНДУЗЫ.

202. Чике пропорциональный величиналар. 3 *м* чекпен 360 салковойго турган болзын, ол тушта эки катап кӧп чекпенниҥ баазы, ӧскӧртӧ айтса, 6 *м* чекпенниҥ баазы, эки катап кӧп болор, чике айтса, $360\cdot 2=$

$=720$ (салковой); ӱч катап кӧп чекпеннинг баазы, ӧскӧртӧ айтса, 9 *м* чекпеннинг баазы, 3 катап кӧп болор, чике айтса, $360 \cdot 3 = 1080$ (салковой) база онон до ары онойып ок.

Текши алза, товардынг берилген тоозын бир канча катапка кӧптӧдип ийзебис, онынг турар баазы да анча ок катапка кӧптӧй берер; товардынг берилген тоозын бир канча катапка астадып ийзебис, онынг турар баазы да анча ок катапка астай берер.

Эки величинанынг бирӱзи бир канча катапка кӧптӧӧрдӧ (эмезе астаарда) экинчизи кыйалта јогынанг база анча ок катапка кӧптӧп (эмезе астап) турза, бойлоры ортодо колбулу ондый величиналарды чике пропорциональный величиналар деп айдар.

Темдектезе, товардынг тоозы ла онынг баазы — чике пропорциональный величиналар. Шак онойып ок

јангыс укту неменинг (темдектезе, болчок темирдинг) бескези онынг объёмына чике пропорциональный болуп јат;

бир кеминде бараткан неменинг (темдектезе, темир јолло бараткан поездтинг) ӧткӧн јолынынг узуны онынг бу јолдо ӧткӱрген ӧйине чике пропорциональный болор;

знаменатели кубулбас тушта дробьтынг величиназы — числителине чике пропорциональный база онон до ары.

Чекпеннинг бир кезинтизинде 4 *м*, экинчизинде дезе 10 *м* болгон болзо, экинчи кезинти баштапкызынанг $\frac{10}{4} = 2\frac{1}{2}$ катап кӧп болор; айдарда, экинчи кезинтинин баазы да баштапкызынанг $2\frac{1}{2}$ катап кӧп болор; ӧскӧртӧ айтса:

$$\frac{10\ \text{м-динг баазы}}{4\ \text{м-динг баазы}} = \frac{10\ \text{м}}{4\ \text{м}} \left(= 2\frac{1}{2} \right).$$

Онойдордо, *эки величина чике пропорциональный болзо, баштапкы величинанынг кандый ла эки учурынынг отношениези экинчи величинанынг олорго келишкедий учурларынынг отношениезине тӱнгей болор.*

203. Бодолго. *8 м чекпен 960 салковойго туруп јат; ондый ок 15 м чекпен канча салковойго турар?*

1) Бирге кӧчӱрер эпле бодооры.

Чекпеннинг баазы оныҥ метрлерининг тоозына чике пропорциональный; оныҥ учун 1 *м*-динг баазы 8 *м*-динг баазынаҥ 8 катап ас, 15 *м* дезе 1 *м*-деҥ 15 катап баалу болор; јe

8 *м* 960 салковойго туруп јат,

айдарда,

$$1\ \text{м-динг баазы}\ \frac{960}{8}\ (=120\ \text{салковой}),$$

$$15\ \text{м-динг баазы дезе}\ \frac{960}{8}\cdot 15\ (=1800\ \text{салковой}).$$

Бодолгоны бодоор тушта тузаланган эпти *бирге кӧчӱрер эп* деп айдатан, ненинг учун дезе 15 *м* чекпеннинг баазын билип аларга, бис озо баштап 1 *м* чекпеннинг баазын тапканыбыс.

2) Бодолгоны пропорцияныҥ болужыла бодооры.

15 *м* чекпеннинг баазын x ажыра темдектейле, 202 §-тагы ээжи аайынча мындый пропорция тургузып аларыбыс:

$$x:960=15:8,$$

оноҥ

$$x=\frac{960\cdot 15}{8}=1800\ (\text{салковой}).$$

204. Пропорциональный камаанды формулала темдектеп кӧргӱзери. Бисте A ла B деп кандый бир пропорциональный эки величина бар болзын база A деп величина (ондый укту величиналардыҥ) бирге тӱҥей болзын, ол тушта B деп экинчи величина (бу ӧскӧ укту величиналардыҥ) k бирлерге тӱҥей болуп турар. Эмди A деп величина x бирлер деп кандый бир учурлу боло берзе, ол тушта B деп величинаныҥ учуры k бирлер болбос, кандый бир ӧскӧ тоо болор, оны бис y ажыра темдектеерибис. Јарт болзын деп, онызын табличкала кӧргӱзеликтер:

A	B
1	k
x	y

Берилген аайынча A ла B деп величиналар бойлоры ортодо пропорциональный болуп турганда, $1:x$ деп отношение $k:y$ деп отношениеге тӱҥей болор учурлу. Онойткондо, бис мындый пропорция бичип алар аргалу:

$$1:x=k:y,$$

оноҥ таап јадыбыс:

$$y=kx.$$

k деп тоо јарт ла болзо, бу формула аайынча бис x-тиҥ кандый ла учурына келижип турган y деп тооны сыраҥай јеҥил таап алар аргалу.

Темдектезе, $x=1$, 2, 3, 4, $4\frac{1}{2}$, $9\frac{3}{4}$, ... база оноҥ до ары онойып ок барза, y бу тоолорго келиштире k, 2k, 3k, 4k, $4\frac{1}{2}$ k, $9\frac{3}{4}$ k болор база оноҥ до ары.

Онойдордо,

эки величина бойлоры ортодо пропорциональный болзо, олор ортодогы камааны $y=kx$ деп формулала темдектеер арга бар, мында x ле y—кубулар тоолор, олор алган величиналардыҥ бирӱзи бирӱзине келижип турар учурларын кӧргӱзип јат, k дезе—кубулбас тоо, ол y деп тоонын $x=1$ деп учурга келижип турган аҥылу учурына тӱҥей. Бу тооны *пропорциональностьтыҥ коэффициенти* деп айдарга јӧптӧшкӧндӧр (*у х-ке* кӧрӧ).

Темдектезе, бу формуланы бистиҥ бодолгого келиштире (203 §) тузаланып, бис мынайда бичиир аргалу:

чекпенниҥ баазы = k × чекпенниҥ тоозы,

мында чекпенниҥ тоозы бирге тӱҥей болгондо, k чекпенниҥ турар баазы болуп јат. Айдарда, турар баазы салковойлорло, тоозы дезе метрлерле кӧргӱзилген болзо, k—метрдиҥ баазы (120 салковой) болуп јат.

205. Кайра пропорциональный величиналар.

Мындый бодолгоны кӧрӧликтер: 6 *ишмекчи кижи кандый бир ишти 18 кӱнге божодып јат. Баштапкы улус ок чылап иштеп, бу ок ишти 9 кижи канча кӱнге иштеп божодор?*

Бу бодолгодо база эки величина керегинде айдылып јат: ишмекчилердиҥ тоозы керегинде ле олордыҥ иштеген кӱндериниҥ тоозы керегинде. Бу величиналар бирӱзи бирӱзинеҥ камаанду, нениҥ учун дезе олордыҥ бирӱзи кубулганынаҥ экинчизи база кубулып јат. Је бу камаан 203 §-тагы бодолгодо айдылган камааннаҥ башка.

Ондо бир величина 2, 3 катапка база оноҥ до кӧп катапка кӧптӧӧрдӧ, экинчи величина анча ок катапка кӧптӧп турган. Мында дезе, ишмекчилердиҥ тоозын эки катапка кӧптӧдип ийзе, ол ок ишти божодор ӧй эки катапка астай берер; ойто кайра алза, темдектезе, ишмекчилердиҥ тоозын ӱч катапка астадып ийзе, берилген ишти божодор ӧй ӱч катапка кӧптӧй берер:

Эки величинаныҥ бирӱзин бир канча катапка кӧптӧткӧндӧ (эмезе астатканда), экинчизи анча ок катапка астап (эмезе кӧптӧп) турган болзо, ондый

величиналарды кайра пропорциональный величиналар деп айдатан.

Темдектезе, ишмекчилердиҥ тоозы ла берилген ишти божодор ӧй—бойлоры ортодо кайра пропорциональный величиналар.

Шак онойып ок

берилген суммага (темдектезе, 100 салковойго) садып алгадый товардыҥ бескези бу товардыҥ бескезиниҥ единицазыныҥ баазына кайра пропорциональный;

бир кеминде бараткан нрнениҥ (темдектезе, поездтиҥ) кандый бир јолды ӧдӧр ӧйи ӧдӱп барарыныҥ тӱргенине кайра пропорциональный;

числители кубулбас тушта дробьтыҥ величиназы оныҥ знаменателине кайра пропорциональный база оноҥ до ары.

Бир бригадада 6 ишмекчи, экинчизинде дезе 9 ишмекчи болзо, ӧскӧртӧ айтса $\frac{9}{6}=1\frac{1}{2}$ катап кӧп болзо, экинчи бригада ол ок ишти баштапкызынаҥ $1\frac{1}{2}$ катап тӱрген бӱдӱрер, ӧскӧртӧ айтса,

$$\frac{\text{1-кы бригаданыҥ ишти бӱдӱрер ӧйи}}{\text{2-чи бригаданыҥ ишти бӱдӱрер ӧйи}}=\frac{\text{2-чи бригаданыҥ ишмекчилериниҥ тоозы}}{\text{1-кы бригаданыҥ ишмекчилериниҥ тоозы}}\left(=1\frac{1}{2}\right).$$

Онойдордо, *эки величина бойлоры ортодо кайра пропорциональный болзо, баштапкы величинаныҥ кандый ла эки учурыныҥ отношениези экинчи величинаныҥ ондый ок эки учурыныҥ кайра отношениезине тӱҥей болор.*

206. Эмди 205 §-тыҥ башталганында берилген бодолгоны бодоорына кӧчӧликтер.

1) Бирге кӧчӱрер эпле бодооры.

Кӱндердиҥ тоозы ишмекчилердиҥ тоозына кайра пропорциональный; оныҥ учун 1 кижи ишти 6 кижиниҥ иштеп божодор ӧйинеҥ 6 катап узак ӧйгӧ иштеп божодор; 9 кижи дезе бу ишти 1 кижиниҥ иштеп божодор кӱндериниҥ тоозынаҥ 9 катап ас кӱндерге божодып чыгарар. Је 6 кижи ишти 18 кӱнге божодып салар; айдарда, 1 кижи ол ишти $18\cdot 6(=108$ кӱнге)

божодор, 9 кижи дезе ол ок ишти $\frac{18 \cdot 6}{9} = 12$ (кӱнге) иштеп божодор.

2) Пропорцияның болужыла бодооры. Ишти 9 ишмекчи иштеп божодор ǰарты ǰок кӱндердиҥ тоозын x ажыра темдектейле, 205 §-тагы ээжи аайынча мындый пропорция тургузып аларыбыс:

$$\frac{18}{x} = \frac{9}{6},$$

оноҥ

$$x = \frac{18 \cdot 6}{9} = 12 \text{ (кӱн)}.$$

Аǰару. Бирӱзи бирӱзинеҥ камаанду болуп турган эки величина бойлоры ортодо (чике эмезе кайра) пропорциональный болзын деп, бу величиналардыҥ бирӱзи кӧптӧӧр тушта экинчизи де кӧптӧӧр деп (чике пропорциональностько) эмезе бирӱзи кӧптӧӧр тушта экинчизи астаар деп (кайра пропорциональностько) кӧрӧтӧни ǰеткил эмес болуп ǰат. Темдектезе, кандый бир кожулаачы кӧптӧзӧ, сумма да кӧптӧп ǰат; ǰе сумма кожулаачыга чике пропорциональный деп айдарга ǰастыра болор эди, нениҥ учун дезе, темдектезе, кожулаачыны 3 катапка кӧптӧткӧн болзобыс, сумма кӧптӧй берер, ǰе 3 катапка эмес. База онойып ок эки тооныҥ разнозы астадаачыга кайра пропорциональный деп айдарга ǰарабас, нениҥ учун дезе, темдектезе, астадаачыны 2 катапка кӧптӧткӧн болзо, разность астай берер, ǰе 2 катапка эмес. Эки величина пропорциональный болзын деп, олордыҥ экӱлезиниҥ кӧптӧӧри ле астаары т ӱ ҥ е й т о о к а т а п ӧдӱп турар учурлу.

207. Величиналардыҥ кайра пропорциональный камаандузын формулала темдектеп кӧргӱзери. A ла B бойлоры ортодо кайра пропорциональный кандый бир эки величина болзын база A деп величина (ондый укту величиналардыҥ) бирге тӱҥей болгондо, B деп величина (бу ӧскӧ укту величиналардыҥ) k бирлерге тӱҥей болзын. A деп величина бирдиҥ ордына x бирлердиҥ кандый-кандый ӧскӧ учурын алынза, B деп величина азыйгы учурыныҥ (k бирлердиҥ) ордына кандый-кандый y деп учурлу боло берер.

Јарт болзын деп, бис оны мындый табличкала кӧргӱзеликтер:

A	B
1	k
x	y

Берилген аайынча A ла B деп величиналар бойлоры ортодо кайра пропорциональный болуп турганда, $1:x$ деп отношение $k:y$ деп отношениениҥ кайра алынган величиназына тӱҥей болор учурлу, ӧскӧртӧ айтса, $y:x$ деп отношениеге тӱҥей. Оныҥ учун бис мындый пропорция бичип алар аргалу:

$$1 : x = y : k,$$

оноҥ таап јадыбыс:

$$y = \frac{k}{x} \text{ (эмезе } xy = k).$$

Онойдордо,

эки величина кайра пропорциональный болзо, олор ортодогы камаанды мындый формулала темдектеер аргалу:

$y = \frac{k}{x}$ (эмезе $xy=k$ деп формулала), *мында x ле y—бу величиналардыҥ бирӱзи бирӱзине келижип турган кандый бир учурлары*, k *дезе—кубулбас тоо, $x=1$ тушта ол y-тиҥ учурыни тӱҥей.*

k деп тоо јарт болзо, x-тиҥ берилген кандый ла учуры тушта бис бу формулала y деп тоонып величиназын таап алар аргалу. Темдектезе,

$$x = 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 4\frac{1}{2}, \ldots$$

база оноҥ до ары онойып ок барза, мындый болор:

$$y = k,\ \frac{k}{2},\ \frac{k}{3},\ \frac{k}{4},\ \frac{k}{4\frac{1}{2}}, \ldots$$

база оноҥ до ары.

Ишти бӱдӱрер ӧй керегинде бистиҥ бодолгобыста (205 §) кубулбас k деп тоо—бир ишмекчиге келижип турган кӱндердиҥ тоозы (108 кӱн); ол тушта 2 (ишмекчи) ишти $\frac{108}{2}=54$ (кӱнге) божодор, 3 (ишмекчи) дезе $\frac{108}{3}=36$ (кӱнге) божодор база оноҥ до ары.

208. Экиденг кӧп болуп турган пропорциональный величиналарга бодолго.

Бодолго. *Кӱнӱҥ сайын 6 частаҥ 24 кӱнниҥ туркуна кӱйген 5 тӱҥей керосиновый лампага 120 л керосин короткон. Ондый ок 9 керосиновый лампа кӱнӱҥ сайын 8 частаҥ кӱйзе, 216 л керосин канча кӱнге једер?*

Бу бодолгодогы величиналарды мынайда бичип алалыктар:

120 *л*—5 керосиновый лампа—6 час—24 кӱн;
216 *л*—9 керосиновый лампа—8 час—x кӱн.

Экинчи катап берилгенинде керосинниҥ тоозы да, керосиновый лампалардыҥ тоозы да, олордыҥ кӱнӱҥ

сайын күйер öйи де кубулып калганын бис кӧрӱп јадыбыс; бу бастыра кубулталардыҥ салтарын тургуза ла билип аларга кӱч; оныҥ учун бис озо баштап берилген тоолордыҥ бирӱзи кубулып јат деп, темдектезе, керосинниҥ тоозы, арткандары дезе кубулбай артып јат деп алалыктар. Ол тушта бисте мындый бололо болор: ол ок 5 керосиновый лампа кӱнӱҥ сайын 6 частаҥ кӱйзе, 216 *л* керосин канча кӱнге једер? Ондый айалгаларда 120 *л* 24 кӱнге једип турган болзо, 216 *л* керосин $\frac{24 \cdot 216}{120}$ кӱнге једер, нениҥ учун дезе кӱндердиҥ тоозы кӱйген керосинниҥ тоозына чике пропорциональный болоры јарт. Эмди бис мынайда бичип алар аргалу: 216 *л*—5 керосиновый лампа—6 час—$\frac{24 \cdot 216}{120}$ кӱн.

Эмди керосиновый лампалардыҥ тоозын кубултарыбыс, керосинниҥ тоозын (216 *л*), кӱнӱҥ сайын кӱйер ӧйдиҥ тоозын (6 час) кубултпай артырарыбыс. 5 керосиновый лампаныҥ ордына бир лампа кӱйзе, кӱнӱҥ сайын анча ок кӱйер ӧйдиҥ туркунына ол ок керосин 5 катап кӧп кӱндерге једер, бир лампаныҥ ордына 9 лампа кӱйзе, бу керосин 9 катап ас кӱндерге једер (кӱндердиҥ тоозы керосиновый лампалардыҥ тоозына кайра пропорциональный); оныҥ учун бис мынайда бичип алар аргалу:

$$216\ л — 9 \text{ керосиновый лампа} — 6 \text{ час} — \frac{24 \cdot 216 \cdot 5}{120 \cdot 9} \text{ кӱн.}$$

Эмди биске керосинниҥ кӱнӱҥ сайын кӱйер ӧйиниҥ (частардыҥ) тоозын кубултары артып јат. Бу керосинниҥ берилген тоозы аайынча ла керосиновый лампалардыҥ берилген тоозы аайынча керосинниҥ кӱнӱҥ сайын кӱйер ӧйиниҥ (частардыҥ) тоозын бис канча катапка астадарыбыс (эмезе кӧптӧдӧрибис), кӱндердиҥ тоозы анча ок катапка кӧптӧӧр (эмезе астаар). Ӧскӧ сӧстӧрлӧ болзо, керосин кӱйер кӱндердиҥ тоозы ла керосин кӱнӱҥ сайын кӱйер частардыҥ тоозы кайра пропорциональный величиналар. Оныҥ учун, керосинниҥ кӱнӱҥ сайын 6 час кӱйеринеҥ 8 час кӱйерине кӧчӱп, бис калганчы бичилгениндеги кӱндердиҥ тоозын 6-га катаптайла, 8-ке ӱлеп ийер учурлу. Ол мынайда бичилер:

216 *л*—9 керосиновый лампа—8 час—$\frac{24 \cdot 216 \cdot 5 \cdot 6}{120 \cdot 9 \cdot 8}$
кӱн; онойдордо,

$$x=\frac{24 \cdot 216 \cdot 5 \cdot 6}{120 \cdot 9 \cdot 8}=18 \text{ (кӱн)}.$$

III. ПРОПОРЦИОНАЛЬНЫЙ ӰЛЕЕРИНЕ БОДОЛГОЛОР.

209. *1-кы бодолго.* 84-*ти* 7, 5 *ле* 2 *деп тоолорго пропорциональный* 3 *ӱлӱге ӱлеер.*

Онызын мынайда билер керер: баштапкы ӱлӱзи 7-ге, экинчизи 5-ке, ӱчӱнчизи 2-ге келижер эдип, 84-ти ондый ӱч ӱлӱге ӱлеер.

Табатан ӱлӱлерди x_1, x_2, x_3 деп букваларла темдектеп алалыктар. Бу ӱлӱлер мындый пропорцияларды јеткилдезин деп, бодолгодо тургузылат:

$$\frac{x_1}{7}=\frac{x_2}{5}=\frac{x_3}{2}.$$

Мынаҥ тӱҥей отношениелердиҥ свойствозы аайынча (201 §) таап аларыбыс:

$$\frac{x_1+x_2+x_3}{7+5+2}=\frac{x_1}{7}=\frac{x_2}{5}=\frac{x_3}{2}.$$

Је $x_1+x_2+x_3=84$ база $7+5+2=14$; оныҥ учун мыныҥ алдындагы строканы бис мынайда бичиир аргалу:

$$\frac{84}{14}=\frac{x_1}{7};\quad \frac{84}{14}=\frac{x_2}{5};\quad \frac{84}{14}=\frac{x_3}{2}.$$

Мынаҥ таап јадыбыс:

$$x_1=\frac{84}{14}\cdot 7=42;\quad x_2=\frac{84}{14}\cdot 5=30;\quad x_3=\frac{84}{14}\cdot 2=12,$$

öскöртö айтса, бис мындый ээжиге келип јадыбыс:

Ээжи. **Тооны берилген тоолорго пропорциональный болгодый ӱлӱлерге ӱлеерге, оны ол тоолордыҥ суммазына ӱлейле, частныйын ол тоолордыҥ кажызына ла ээчий-деечий катаптап ийер керек.**

210. *2-чи бодолго.* 968-*ти* $1\frac{1}{2}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{2}{5}$; $\frac{3}{8}$ *деп тоолорго пропорциональный* 4 *ӱлӱге ӱлеер.*

Озо баштап бу дробный тоолорды бӱдӱн тоолордыҥ рядыла солуп ийеликтер. Ончо дробьторды текши знаменательдӱ эдип алала, колушкан дробьты чын эмес дробько кӧчӱрип ийеликтер:

$$1\frac{1}{2}=\frac{60}{40};\quad \frac{3}{4}=\frac{30}{40};\quad \frac{2}{5}=\frac{16}{40};\quad \frac{3}{8}=\frac{15}{40}.$$

Табатан тоолорды x_1, x_2, x_3, x_4 ажыра темдектейле мындый отношениелер таап аларыбыс:

$$\frac{x_1}{\frac{60}{40}}=\frac{x_2}{\frac{30}{40}}=\frac{x_3}{\frac{16}{40}}=\frac{x_4}{\frac{15}{40}},$$

эмезе тӧрт отношениени (ээчий турган члендердеги 40 деп знаменательди таштап) 40 катапка астадала, мындый отношениелер таап аларыбыс:

$$\frac{x_1}{60}=\frac{x_2}{30}=\frac{x_3}{16}=\frac{x_4}{15},$$

оныҥ кийининде бодолго, 1-кы бодолго чылап, бодолор.

А ј а р у. 2-чи бодолгоны алган ла бойынча, 1-кы бодолгоны ок чылап, бодоорго јараар; је бодоорго јеҥил болзын деп, озо баштап отношениелердиҥ ээчий турган члендерин бӱдӱн тоолорло солуп аларга эптӱ болуп јат.

211. *3-чи бодолго.* 125-*ти, баштапкы ӱлӱзи экинчизине* 2 : 3 *болуп, экинчи ӱлӱзи ӱчӱнчизине* 3 : 5 *болуп, ӱчӱнчизи дезе тӧртӱнчизине* 5 : 6 *болуп келишсин деп,* 4 *ӱлӱге ӱлеер.*

Табатан ӱлӱлерди x_1, x_2, x_3, x_4 ажыра темдектеп алзабыс, мындый болор:

$$x_1 : x_2=2 : 3,\quad x_2 : x_3=3 : 5,\quad x_3 : x_4=5 : 6;$$

бу пропорцияларда ортозындагы члендерди јерлериле солуштырып ийеле, таап јадыбыс:

$$x_1 : 2=x_2 : 3,\quad x_2 : 3=x_3 : 5,\quad x_3 : 5=x_4 : 6,$$

эмезе

$$\frac{x_1}{2}=\frac{x_2}{3}=\frac{x_3}{5}=\frac{x_4}{6},$$

оныҥ кийининде бодолго, 1-кы бодолго чылап, бодолор.

212. *4-чи бодолго.* 125-*ти, баштапкы ӱлӱзи экинчизине* 2 : 3 *болуп, экинчи ӱлӱзи ӱчӱнчизине* 4 : 5 *болуп, ӱчӱнчизи дезе тӧртӱнчизине* 6 : 11 *болуп келишсин деп,* 4 *ӱлӱге ӱлеер.*

Бу бодолго 3-чи бодолгого бӱдӱштеш, јe бу бодолголор ортодо јаан башка бар. 3-чи бодолгодо 2 : 3, 3 : 5, 5 : 6 деп отношениелер мындый: баштапкы отношениениҥ ээчий турган члени экинчи отношениениҥ озо турган членине тӱҥей, экинчи отношениениҥ ээчий турган члени дезе ӱчӱнчи отношениениҥ озо турган членине тӱҥей. Оныҥ керегинде мынайда айдарга јараар: 3-чи бодолгодо 125-ти 2, 3, 5, 6 деп тоолорго пропорциональный 4 ӱлӱге ӱлеер керек. Айдарда, бу бодолгоныҥ 1-кы бодолгодоҥ бир де башказы јок.

4-чи бодолгодо 2 : 3, 4 : 5, 6 : 11 деп отношениелерди алар болзо, бир отношениениҥ ээчий турган члени оныҥ кийининдеги экинчи отношениениҥ озо турган членине тӱҥей эмес болуп јат. Јe бу да учуралды алдындагы шӱӱлте аайынча бодоорго јараар.

Табатан ӱлӱлерди x_1, x_2, x_3, x_4 деп букваларла темдектейле, бис мындый ӱч пропорция бичип алар аргалу:

$$x_1 : x_2 = 2 : 3; \quad x_2 : x_3 = 4 : 5; \quad x_3 : x_4 = 6 : 11.$$

Бичилген пропорцияларда ортозындагы члендерди јерлериле солуштырала, таап јадыбыс:

$$x_1 : 2 = x_2 : 3, \qquad (1)$$
$$x_2 : 4 = x_3 : 5, \qquad (2)$$
$$x_3 : 6 = x_4 : 11. \qquad (3)$$

2-чи пропорциядаҥ таап јадыбыс:

$$x_2 = \frac{4 \cdot x_3}{5},$$

мынаҥ

$$\frac{x_2}{3} = \frac{4x_3}{5 \cdot 3} = \frac{x_3}{\frac{15}{4}}.$$

Оноҥ ары 3-чи пропорциядаҥ табарыбыс:

$$x_3 = \frac{6 \cdot x_4}{11},$$

мынаӈ

$$\frac{x_3}{\frac{15}{4}} = \frac{6x_4}{11 \cdot \frac{15}{4}} = \frac{x_4}{\frac{55}{8}};$$

онойдордо,

$$\frac{x_1}{2} = \frac{x_2}{3} = \frac{x_3}{\frac{15}{4}} = \frac{x_4}{\frac{55}{8}},$$

оныӈ кийининде бодолго, 2-чи бодолго чылап, бодолор.

213. 5-чи бодолго. *a деп тооны m, n ле p деп тоолорго кайра пропорциональный эдип ӱлеер.*

Онызы a деп тооны m, n ле p деп тоолордыӈ кайра величиналарына чике пропорциональный ӱлӱлерге, ӧскӧртӧ айтса, $\frac{1}{m}$, $\frac{1}{n}$, $\frac{1}{p}$ *деп тоолорго чике пропорциональный ӱлӱлерге ӱлеерге керек дегени болуп јат.* Табатан ӱлӱлерди x_1, x_2, x_3 ажыра темдектеп ийзебис, мындый болор:

$$x_1 : \frac{1}{m} = x_2 : \frac{1}{n} = x_3 : \frac{1}{p};$$

мынаӈ

$$x_1 : x_2 = \frac{1}{m} : \frac{1}{n} = n : m,$$

$$x_2 : x_3 = \frac{1}{n} : \frac{1}{p} = p : n,$$

ӧскӧртӧ айтса, x_1, x_2, x_3 деп тоолор m, n, p деп тоолорго кайра пропорциональный болзо, $x_1 : x_2$ деп отношение $n : m$ деп отношениеге тӱӈей (чике пропорциональность туштагы $m : n$ деп отношениедий эмес); јак онойып ок $x_2 : x_3$ деп отношение $p : n$ деп отношениеге тӱӈей (чике пропорциональность туштагы $n : p$ деп отношениедий эмес).

214. Пропорциональный ӱлеерине эмеш уур бодолго. *Колло бичигенин машинкала согуп бичигени учун* 123 *салковой тӧлӧгӧн. Машинкала согуп бичиирин ӱч машинистка бӱдӱрген; баштапкызы час сайын* 6 *страницадаӈ бичип*, 8 *час иштеген; экинчизи час сайын* 10 *страницадаӈ бичип*, 6 *час иштеген;*

ӱчӱнчизи час сайын 8 страницадаҥ бичип, 7 час иштеген. Кажы ла машинистка канча салковойдоҥ иштеп алган?

Ӱч машинистканыҥ ӱчӱлезиниҥ ижиниҥ арбыны тӱҥей болгон болзо, иштеп алган сумманы олордыҥ иштеген ӧйине пропорциональный эдип ӱлеер эдибис. Экинчи јанынаҥ, олор ончозы тӱҥей тоолу частыҥ туркунына иштеген болзо, иштеп алган сумманы олордыҥ ижиниҥ арбынына пропорциональный эдип ӱлеер эдибис. Је кректиҥ чынын алза, олордыҥ иштеген ӧйи де, ижиниҥ арбыны да башка. Оныҥ учун бодолгоны бодоорго бис мынайда шӱӱп јадыбыс. Баштапкы машинистка 8 час иштеп, час сайын 6 страницадаҥ бичиген, онойдордо, бастыразы 6 · 8 (страница) бичиген; шак онойып ок экинчизи 10 · 6 (страница), ӱчӱнчизи 8 · 7 (страница) бичиген. Оныҥ учун иш-јалдыҥ текши суммазы, ӧскӧртӧ айтса, 123 салковой 6 · 8, 10 · 6, 8 · 7 деп произведениелерге, чике айтса, 48, 60, 56 деп тоолорго, эмезе, кыскарткан кийининде, 12, 15, 14 деп тоолорго пропорциональный болуп ӱлелер учурлу. Табатан тоолорды x_1, x_2, x_3 ажыра темдектейле, таап аларыбыс:

$$x_1 = \frac{123 \cdot 12}{12+15+14} = \frac{123 \cdot 12}{41} = 3 \cdot 12 = 36 \quad \text{(салковой)},$$

$$x_2 = \frac{123 \cdot 15}{41} = 3 \cdot 15 = 45 \text{ (салковой)},$$

$$x_3 = \frac{123 \cdot 14}{41} = 3 \cdot 14 = 42 \text{ (салковой)}.$$

6000-наң АШПАЙ ТУРГАН ТЕГИН ТООЛОРДЫҢ ТАБЛИЦАЗЫ.

2	163	379	613	859	1109	1409	1657	1951	2243	2539	2801	3121	3449
3	167	383	617	863	1117	1423	1663	1973	2251	2543	2803	3137	3457
5	173	389	619	877	1123	1427	1667	1979	2267	2549	2819	3163	3461
7	179	397	631	881	1129	1429	1669	1987	2269	2551	2833	3167	3463
11	181	401	641	883	1151	1433	1693	1993	2273	2557	2837	3169	3467
13	191	409	643	887	1153	1439	1697	1997	2281	2579	2843	3181	3469
17	193	419	647	907	1163	1447	1699	1999	2287	2591	2851	3187	3491
19	197	421	653	911	1171	1451	1709	2003	2293	2593	2857	3191	3499
23	199	431	659	919	1181	1453	1721	2011	2297	2609	2861	3203	3511
29	211	433	661	929	1187	1459	1723	2017	2309	2617	2879	3209	3517
31	223	439	673	937	1193	1471	1733	2027	2311	2621	2887	3217	3527
37	227	443	677	941	1201	1481	1741	2029	2333	2633	2897	3221	3529
41	229	449	683	947	1213	1483	1747	2039	2339	2647	2903	3229	3533
43	233	457	691	953	1217	1487	1753	2053	2341	2657	2909	3251	3539
47	239	461	701	967	1223	1489	1759	2063	2347	2659	2917	3253	3541
53	241	463	709	971	1229	1493	1777	2069	2351	2663	2927	3257	3547
59	251	467	719	977	1231	1499	1783	2081	2357	2671	2939	3259	3557
61	257	479	727	983	1237	1511	1787	2083	2371	2677	2953	3271	3559
67	263	487	733	991	1249	1523	1789	2087	2377	2683	2957	3299	3571
71	269	491	739	997	1259	1531	1801	2089	2381	2687	2963	3301	3581
73	271	499	743	1009	1277	1543	1811	2099	2383	2689	2969	3307	3583
79	277	503	751	1013	1279	1549	1823	2111	2389	2693	2971	3313	3593
83	281	509	757	1019	1283	1553	1831	2113	2393	2699	2999	3319	3607
89	283	521	761	1021	1289	1559	1847	2129	2399	2707	3001	3323	3613
97	293	523	769	1031	1291	1567	1861	2131	2411	2711	3011	3329	3617
101	307	541	773	1033	1297	1571	1867	2137	2417	2713	3019	3331	3623
103	311	547	787	1039	1301	1579	1871	2141	2423	2719	3023	3343	3631
107	313	557	797	1049	1303	1583	1873	2143	2437	2729	3037	3347	3637
109	317	563	809	1051	1307	1597	1877	2153	2441	2731	3041	3359	3643
113	331	569	811	1061	1319	1601	1879	2161	2447	2741	3049	3361	3659
127	337	571	821	1063	1321	1607	1889	2179	2459	2749	3061	3371	3671
131	347	577	823	1069	1327	1609	1901	2203	2467	2753	3067	3373	3673
137	349	587	827	1087	1361	1613	1907	2207	2473	2767	3079	3389	3677
139	353	593	829	1091	1367	1619	1913	2213	2477	2777	3083	3391	3691
149	359	599	839	1093	1373	1621	1931	2221	2503	2789	3089	3407	3697
151	367	601	853	1097	1381	1627	1933	2237	2521	2791	3109	3413	3701
157	373	607	857	1103	1399	1637	1949	2239	2531	2797	3119	3433	3709

3719	3907	4073	4243	4441	4621	4793	4973	5153	5351	5519	5693	5861
3727	3911	4079	4253	4447	4637	4799	4987	5167	5381	5521	5701	5867
3733	3917	4091	4259	4451	4639	4801	4993	5171	5387	5527	5711	5869
3739	3919	4093	4261	4457	4643	4813	4999	5179	5393	5531	5717	5879
3761	3923	4099	4271	4463	4649	4817	5003	5189	5399	5557	5737	5881
3767	3929	4111	4273	4481	4651	4831	5009	5197	5407	5563	5741	5897
3769	3931	4127	4283	4483	4657	4861	5011	5209	5413	5569	5743	5903
3779	3943	4129	4289	4493	4663	4871	5021	5227	5417	5573	5749	5923
3793	3947	4133	4297	4507	4673	4877	5023	5231	5419	5581	5779	5927
3797	3967	4139	4327	4513	4679	4889	5039	5233	5431	5591	5783	5939
3803	3989	4153	4337	4517	4691	4903	5051	5237	5437	5623	5791	5953
3821	4001	4157	4339	4519	4703	4909	5059	5261	5441	5639	5801	5981
3823	4003	4159	4349	4527	4721	4919	5077	5273	5443	5641	5807	5987
3833	4007	4177	4357	4543	4723	4931	5081	5279	5449	5647	5813	
3847	4013	4201	4363	4549	4729	4933	5087	5281	5471	5651	5821	
3851	4019	4211	4373	4561	4733	4937	5099	5297	5477	5653	5827	
3853	4021	4217	4391	4567	4751	4943	5101	5303	5479	5657	5839	
3863	4027	4219	4397	4583	4759	4951	5107	5309	5483	5659	5843	
3877	4049	4229	4409	4591	4783	4957	5113	5323	5501	5669	5849	
3881	4051	4231	4421	4597	4787	4967	5119	5333	5503	5683	5851	
3889	4057	4241	4423	4603	4789	4969	5147	5347	5507	5689	5857	

АРИФМЕТИКАНЫҤ ТЕРМИНДЕРИНИҤ КЫСКА СÖЗЛИГИ.

«а»

адалганду тоо — именованное число
ады јок тоо — отвлечённое число
ажындыра кыскартары — предварительное сокращение
айрыыры — вычитание
арабский цифра — арабская цифра
арифметический действие — арифметическое действие
артканы — остаток
ару периодический дробь — чистая периодическая дробь
астаар — уменьшиться
астаачы — уменьшаемое
астадар — уменьшать
астадаачы — вычитаемое

«б»

баазы — цена
баштапкы ступеньнин действиези — действие первой ступени
беске — вес
бескенин кемјÿлери — меры веса
бийиктедер (степеньге) — возвести (в степень)
бир, единица — единица
бириккени — совокупность
бириктиреечи закон — сочетательный закон
бириктирилген, эмезе колболу тоо — составное число
бодолго — задача
бодоп чыгарар — вычислять
бойлоры ортодо тегин тоолор — взаимно простые числа

болгоны, результат — результат
бӧлӱк — часть
бӱдӱн тоо — целое число

«в»

величина — величина
високосный — високосный

«д»

десятичный дробь — десятичная дробь
десятичный темдек — десятичный знак
десятичный ӱлӱ — десятичная доля
дробный тоо — дробное число
дробь — дробь
дробьтыҥ кезинтизи — отрезок дроби

«j»

jаҥыс темдектӱ тоо — однозначное число
jартаачы — определение
jарты jок тоо — неизвестное число
jастыразы — погрешность
jеҥилтери — упрощение
jууктада алынган частный — приближённое частное
jыл тоолош — летосчисление

«з»

знаменатель — знаменатель

«и»

ичкири — ёмкость

«к»

кайра пропорциональный (величина) — обратно-пропорциональная (величина)
кайра учурлу тоолор — обратные числа
катаптаары — умножение
катапталган — умноженный
катапташтырар — перемножить
квадрат — квадрат
квадратный кемjӱлер — квадратные меры
кезек произведение — частное произведение
кемjиири — измерение
кемjӱ — мера

кожоры — сложение
кожулаачы — слагаемое
кожулта кӧптӧдӧӧчи — дополнительный множитель
колушкан тоо — смешанное число
кӧп темдектӱ — многозначный
кӧптӧдӧр — увеличить
кӧптӧдӧӧчи — множитель
кӧптӧжӧӧчи — сомножитель
кӧптӧӧр — увеличиться
кӧптӧӧчи — множимое
кратный — кратное
куб — куб
кубический кемјӱлер — кубические меры
кубулар тоо — переменное число
кубулбас тоо — постоянное число
кубултар — превратить
кырындагы — крайний
кыскартары, кыскартыш — сокращение
кыскартылар дробь — сократимая дробь
кыскартылбас дробь — несократимая дробь
кыскартылган — сокращённый

«*м*»

метрический система — метрическая система
минус — минус
минут — минута

«*н*»

натуральный ряд — натуральный ряд

«*о*»

объём — объём
озо турган (член) — предыдущий (член)
ооктооры, ооктош — разложение
орто арифметический — среднее арифметическое
орто геометрический — среднее геометрическое
ортозындагы — средний (член)
отношение — отношение

«*ӧ*»

ӧйдиҥ кемјӱлери — меры времени

«*п*»

период — период
периодический дробь — периодическая дробь
производный пропорция — производная пропорция
площадь — площадь
плюс — плюс
пример — пример
пропорциональный величиналар — пропорциональные величины
пропорциональный камаан — пропорциональная зависимость
пропорция — пропорция
процентный отношение — процентное отношение

«*р*»

разность — разность
разряд — разряд
римский цифралар — римские цифры

«*с*»

свойство — свойство
секунд — секунда
скобкалар — скобки
солуштыраачы закон — переместительный закон
степень — степень
степеньниң көргүзеечизи — показатель степени
степеньниң төзөлгөзи — основание степени
сумма — сумма
сутка — сутки

«*т*»

табары — нахождение
табатан (эмезе бедиреген) тоо — искомое число
тазыл — корень
тегерик скобкалар — круглые скобки
тегин дробь — обыкновенная дробь
тегин тоо — простое число
темдек — знак
теорема — теорема
токтоор учы — предел
толбос частный — неполное частное

тоолооры — счёт
тоолоорынын системазы — система счисления
тоолордын ӱлелери — делимость чисел
тӧс свойство — основное свойство
туйуктаар — округлять
тӱҥейлик — равенство
тӱс скобкалар — прямые скобки

«у»

узуннын кемјӱлери — меры длины
укташ кемјӱлер — однородные меры
учту десятичный дробь — конечная десятичная дробь
учурал — случай
учурлу цифра — значащая цифра
учы јок десятичный дробь — бесконечная десятичная дробь

«ӱ»

ӱлеери — деление
ӱлеечи — делитель
ӱлелеринин танылузы — признак делимости
ӱлелеечи — делимое
ӱлештиреечи закон — распределительный закон
ӱлӱ — доля

«ф»

фигурный скобкалар — фигурные скобки
формула — формула

«ч»

частный — частное
чётный тоо — чётное число
чётный эмес тоо — нечётное число
чийӱ — линия
чийӱчек — чёрточка
чике пропорциональный — прямо пропорциональный
числитель — числитель
чыккан шӱӱлте — следствие
чын дробь — правильная дробь
чын эмес дробь — неправильная дробь
чынын кӧргӱскени — доказательство

эжер — пара
эҥ јаан — наибольший
эҥ кичинек — наименьший
эп — способ
ээжи — правило
ээчий турган (член) — последующий (член)

БАЖАЛЫКТАР

Баштапкы бӧлӱк

Бӱдӱн тоолор.

I. Бӱдӱн тоолор, олорды адаары ла темдектеп кӧргӱзери . . 3
II. Тоолоорыныҥ јӱзӱн-јӱӱр системалары Римский цифралар . 10
III. Кожоры 13
IV. Айрыыры 18
V. Действиелердиҥ темдектери. Тӱҥейликтиҥ ле тӱҥейлик эместиҥ темдектери. Скобкалар. 21
VI. Катаптаары 26
VII. Ӱлеери 41

Экинчи бӧлӱк.

Тоолордыҥ ӱлелери керегинде.

I. Ӱлелериниҥ таныйлулары 57
II. Тоолорды тегин кӧптӧдӧӧчилерге ооктооры 65
III. Бириктирилген тооныҥ ӱлеечилерин табары . . . 74
IV. Бир канча тоолордыҥ эҥ јаан текши ӱлеечизи. . . . 75
V. Бир канча тоолордыҥ эҥ кичинек текши кратныйы . . 80

Ӱчӱнчи бӧлӱк.

Величиналарды кемјиири. Кемјӱлердиҥ метрический системазы. 86

Тӧртӱнчи бӧлӱк.

Тегин дробьтор.

I. Тӧс шуултелер 94
II. Дробьтыҥ члендери кубулганынаҥ оныҥ величиназы кубулары 100

III. Дробьты кыскартары 103
IV. Дробьторды эҥ кичинек текши знаменательдӱ эдери . . 105
V. Дробный тоолорло бӱдӱрер действиелер. 108

Бежинчи бӧлӱк.

Десятичный дробьтор.

I. Десятичный дробьтордыҥ тӧс свойстволоры 140
II. Десятичный дробьторло бӱдӱрер действиелер . . . 146
III. Тегин дробьторды десятичный дробьторго кӧчӱрери . . 154
IV. Периодический дробьторды тегин дробьторго кӧчӱрери 160

Алтынчы бӧлӱк.

Пропорциональный величиналар.

I. Пропорциялар 173
II. Величиналардыҥ пропорциональный камаандузы 181
III. Пропорциональный ӱлеерине бодолголор. 189
6000-наҥ ашпаӥ турган тегин тоолордыҥ таблицазы . . 194
Арифметиканыҥ терминдериниҥ кыска сӧзлиги . . . 196

А. П. Киселёв

Арифметика для 5 и 6 классов
На алтайском языке

Редактор *Н. Н. Кучияк.*
Технический редактор *М. И. Техтиеков.*
Корректор *М. Суразакова.*

Сдано в набор 20/XII-56 г. Подписано к печати 20/II-57 г. Формат 84×108 1/32.
Печ. л. 6,03. Уч.-изд. л. 10,5.
Тираж 1000 экз. Цена без переп. 1 р. 40 к.
Переплет 50 коп.
Баазы кадары јогынаҥ 1 салк. 40 акча
Кадары 50 акча. Заказ № 1491.

Горно-Алтайский книжный издательство
15 №-лӱ типография. Горно-Алтайск
город, Сталинниҥ адыла адалган
проспект. № 17

24-00

Баасы 1 салк. 90 акча
Цена 1 руб. 90 коп.

13582

39